Computerstøttet beregning

Lektion 2. Repetition

Kim Knudsen

`kim@math.auc.dk`

`http://www.math.auc.dk/~matarne/04-csb`

Department of Mathematical Sciences

Aalborg University

Denmark

Flydende tal

Normaliseret flydende tal $x = \pm f \cdot \beta^E = \sum_{k=0}^{N} d_{-k}\beta^{-k+E}$, hvor

$\pm$: Fortegn

f : Mantissa

$$f = d_0, d_{-1}d_{-2}\cdots d_{-N};\ 1 \le d_0 < \beta,\ 0 \le d_k < \beta$$

β : Grundtal/base

E : Eksponent.

Bemærk:

- Typisk er $\beta = 2$ (hardware) eller $\beta = 10$ (software) (Opgave)
- Antal betydende cifre (præcision) er $N+1$. I Maple sfloats givet ved *Digits*
- Væsentligt for aritmetik er afrundingsmetoden. Enten symmetrisk, afskæring (chopping), mod ∞ eller mod $-\infty$. I Maple sfloats givet ved *Rounding*

Mål for fejl

Hvis tallet x approksimeres med tallet $\hat{x}$:

Absolut fejl: $|x - \hat{x}|$

Relativ fejl: $\frac{|x-\hat{x}|}{|x|}$ eller $\frac{|x-\hat{x}|}{|\hat{x}|}$

Hvis funktionen f approksimeres af funktionen p på intervallet $[a, b]$

$$L^{\infty} : \|f - p\|_{\infty} = \max_{x \in [a,b]} |f(x) - p(x)|$$

$$L^{1} : \|f - p\|_{1} = \int_a^b |f(x) - p(x)| dx$$

$$L^{2} : \|f - p\|_{2} = \int_a^b |f(x) - p(x)|^2 dx^{1/2}$$

Hvilken fejl begås i værste fald ved at approksimere vilkårligt reelt tal med flydende tal?