Opgave 1, lektion 3, Computerstøttet Beregning

Funktionen erf er for $x \in \mathbb{R}$ defineret ved

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \tag{1}$$

Det er en vigtig funktion, når man skal beregne sandsynligheder for stokatiske variable, som er normalfordelte. Det gør man ofte, hvis man er statistiker, og derfor er det væsentligt at have en hurtig og samtidig nøjagtig implementation af funktionen. Det er formålet med denne opgave at finde en sådan implementation.

Opgave:

1. Beregn Taylorpolynomiet $P_{10}(0; h)$ for funktionen $f(x) = e^x$ af grad 10 omkring udviklingspunktet $x = 0$.

2. Brug polynomiet $P_{10}(0; h)$ til at approksimere e^{-t^2}, og beregn udfra denne approksimation og integralet i (1) en approksimation

$$\widehat{\operatorname{erf}}(x) = \int_0^x P_{10}(0; -t^2) dt$$

   til erf .

3. Sammenlign i Maple den fundne approksimation $\widehat{\operatorname{erf}}$ med den indbyggede funktion `erf` ved at plotte funktionerne over et passende interval.

4. Vurder udfra restleddet i Taylors formel fejlen $|\widehat{\operatorname{erf}}(1) - \operatorname{erf}(1)|$. Passer det med det fundne resultat?