

Opgaver til MR1

Hold 3

Vigtigt! Hver gruppe afleverer en *skriftlig* besvarelse af nedenstående 5 opgaver til Louise Mikkelsen, senest torsdag den 5. januar kl. 15:00. Forsiden af besvarelsen skal indeholde

- Gruppe-nummer
- Navn og personnummer, samt underskrift, for hvert enkelt gruppemedlem, der har deltaget i besvarelsen.

Bemærk! Man må gerne anvende Maple til udregningerne, så længe princip og metode fremgår af besvarelsen. For eksempel, så kan man i Opgave 3, del 2. opstille integralerne, og derefter foretage udregningerne i Maple.

Opgave 1. En plan kurve er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{aligned}x(t) &= 3 \cos(2t), \\y(t) &= 2 \sin(2t).\end{aligned}$$

Den beskriver en bevægelse i planen.

1. Beregn hastighedsvektoren for denne bevægelse.
2. Beregn accelerationsvektoren for denne bevægelse.
3. Beregn krumningen for denne kurve, og bestem største og mindste værdi af krumningen.

Opgave 2. En funktion $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ er givet ved udtrykket

$$f(x, y, z) = \frac{z - xy}{1 + x^2 + z^2}.$$

1. Bestem de kritiske punkter for $f(x, y, z)$. *Hint:* Start med at løse ligningen $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 0$.
2. Bestem den retningsafledede af $f(x, y, z)$ i punktet $P(1, 1, 1)$ i retningen givet ved vektoren $\mathbf{v} = (1, 1, 0)$.

Opgave 3. En trekant \mathcal{T} i planen er bestemt ved de tre hjørner med koordinaterne $(-1, 0)$, $(0, 2)$, og $(2, 0)$. En massetæthedsfunktion er givet ved $\delta(x, y) = y$.

1. Beregn massen af trekanten med denne tæthedsfunktion.
2. Beregn massemidtpunktet for trekanten.

Opgave 4. Bestem samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$e^z = 4 - 4i.$$

Opgave 5. Bestem den fuldstændige løsning til differentiaalligningen

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - 2x = 1 + e^t \sin(t).$$