Sætning om invertibel matrix

David C. Lay

Chapter 2, Theorem 8

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

(h) Søjlerne i A udspænder $\mathbf{R}^n$.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

(h) Søjlerne i A udspænder $\mathbf{R}^n$.

(i) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er surjektiv.

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

(h) Søjlerne i A udspænder $\mathbf{R}^n$.

(i) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er surjektiv.

(j) Der findes en $n \times n$ matrix C, således at $CA = I$

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

(h) Søjlerne i A udspænder $\mathbf{R}^n$.

(i) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er surjektiv.

(j) Der findes en $n \times n$ matrix C, således at $CA = I$

(k) Der findes en $n \times n$ matrix D, således at $AD = I$

Hovedsætning

Lad A være en $n \times n$ matrix. Så er følgende udsagn ækvivalente.

(a) A er en invertibel matrix.

(b) A er rækkeækvivalent med $n \times n$ enhedsmatricen.

(c) A har n pivotindgange.

(d) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har kun den trivielle løsning $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(e) Søjlerne i A er lineært uafhængige.

(f) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er injektiv.

(g) Ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har mindst én løsning for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$.

(h) Søjlerne i A udspænder $\mathbf{R}^n$.

(i) Den lineære afbildning $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er surjektiv.

(j) Der findes en $n \times n$ matrix C, således at $CA = I$

(k) Der findes en $n \times n$ matrix D, således at $AD = I$

(l) A^T er en invertibel matrix.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

(p) $\operatorname{rank} A = n$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

(p) $\operatorname{rank} A = n$.

(q) $\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{0}\}$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

(p) $\operatorname{rank} A = n$.

(q) $\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{0}\}$.

(r) $\dim \operatorname{Nul} A = 0$.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

(p) $\operatorname{rank} A = n$.

(q) $\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{0}\}$.

(r) $\dim \operatorname{Nul} A = 0$.

(s) Tallet 0 er *ikke* en egenværdi for A.

Hovedsætning fortsat

(m) Søjlerne i A udgør en basis for $\mathbf{R}^n$.

(n) $\operatorname{Col} A = \mathbf{R}^n$.

(o) $\dim \operatorname{Col} A = n$.

(p) $\operatorname{rank} A = n$.

(q) $\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{0}\}$.

(r) $\dim \operatorname{Nul} A = 0$.

(s) Tallet 0 er *ikke* en egenværdi for A.

(t) Determinanten af A er *ikke* nul.