

## Opgaver til MR2

### Hold 4

**Opgave 1** For hver af følgende fem matricer skal man besvare spørgsmålene nedenfor. Alle fem matricer betegnes med  $A$  i spørgsmålene nedenfor.

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Find en echelonform af  $A$ .
2. Find den reducerede echelonform af  $A$ .
3. Angiv de elementærmatrixer, der svarer til de tre første rækkeoperationer anvendt i besvarelsen af spørgsmål 2.
4. Bestem en basis for nulrummet  $\text{Nul } A$ .
5. Bestem en basis for søjlerummet  $\text{Col } A$ .
6. Angiv dimensionen af nulrummet  $\text{Nul } A$ .
7. Angiv dimensionen af søjlerummet  $\text{Col } A$ .
8. Find determinanten  $\det A$ .
9. Er  $A$  invertibel.
10. Hvis  $A$  er invertibel, skal man finde den inverse  $A^{-1}$ .
11. Er  $A$  diagonaliserbar?
12. Hvis  $A$  er diagonaliserbar, skal man finde egenverdierne for  $A$  og en basis bestående af egenvektorer.

**Opgave 2** For hver af følgende seks matricer skal man besvare spørgsmålene nedenfor. Alle seks matricer betegnes med  $A$  i spørgsmålene nedenfor.

$$\begin{aligned} & [0 \ -1 \ -1], \quad [4 \ 3 \ 1], \quad \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \\ & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1. Find en echelonform af  $A$ .
2. Find den reducerede echelonform af  $A$ .
3. Angiv de elementærmatricer, der svarer til de tre første rækkeoperationer anvendt i besvarelsen af spørgsmål 2. Hvis der kræves færre end tre, angiver man dem.
4. Bestem en basis for nulrummet  $\text{Nul } A$ .
5. Bestem en basis for søjlerummet  $\text{Col } A$ .
6. Angiv dimensionen af nulrummet  $\text{Nul } A$ .
7. Angiv dimensionen af søjlerummet  $\text{Col } A$ .
8. Skriv den fuldstændige løsning til det homogene ligningssystem  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  på parametriceret vektorform.