

Kursusgang 3, 30. september 2010, 12:30–16.15**Dagens program**

1. 12:30–14:00 i G5-112. Forelæsning: Følgekompakthed, section 2.4 og start af section 2.5 i [PF]. Kontinuerte reelle funktioner efter section 3.1 i [PF]. Extrema for kontinuerte funktioner, efter section 3.2 i [PF].
2. 14:00–15:30 i grupperum. Regn opgaverne på nedenstående liste.
3. 15:30–16:15 i G5-112. Svar på spørgsmål. Status af arbejdet i grupperne. Forelæsning: Mere om extrema for kontinuerte funktioner. Middelværdisætningen efter section 3.3 i [PF].

Opgaver Opgaverne skal løses i den angivne rækkefølge. Alle opgaver nedenfor er fra [PF].

1. Section 2.3, Exercise 1.
2. Gennemgå beviset for Theorem 2.29 i detaljer på tavlen.
3. Section 2.3, Exercise 9.
4. Section 2.3, Exercise 2.
5. Section 2.3, Exercise 3.

Supperende materiale. Et bevis for Theorem 1.9, brugt i forbindelse med gennemgang af Theorem 2.20, findes på næste side.

Arne Jensen

Bevis for Theorem 1.9 Beviset for Theorem 2.20 i [PF] bruger Theorem 1.9. Jeg giver et bevis her. Det er en variant af beviset i [PF].

Der er givet $a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$. Vi skal vise eksistens af et rationalt tal q , så at $a < q < b$. Da $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, findes der et $N \geq 1$, så at

$$\frac{1}{n} < \frac{b-a}{2} \quad \text{for alle } n \geq N.$$

Vi vælger fast $n_0 \geq N$. Vi har da

$$\frac{1}{n_0} < \frac{b-a}{2},$$

hvilket vi skrive som $2 < n_0 b - n_0 a$. Heraf følger, at der findes mindst ét helt tal m (kan både være positivt og negativt), således at $n_0 a < m < n_0 b$. Bemærk, at $n_0 > 0$. Division giver da

$$a < \frac{m}{n_0} < b.$$

Heraf følger resultatet.