Kursusgang M13, 2. december 2010, 12:30–16.15

Vigtige oplysninger: Undervisningen er fra denne kursusgang af delt i to spor. Denne del er for de studerende, der er optaget på matematik-studiet. Det andet spor er for studerende på matematik-økonomi-studiet. Der er en ny version af noterne lagt ind, med nogle af de ting, som jeg gennemgår i denne sidste del af kurset. Jeg refererer til denne version som [AJ-v5].

Dagens program

1. 12:30–14:00 i A309. Jeg starter på gennemgangen af afsnit 6 i [AJ-v5]. Det omhandler systemer af første ordens differensligninger.
2. 14:00–15:45 i grupperum. Regn opgaverne på nedenstående liste.
3. 15:45-16:15 i A309. Svar på spørgsmål. Status af arbejdet i grupperne.

Opgaver

1. Gennemlæs afsnit 6 i[AJ-v5], siderne 28-30. I den forbindelse skal afsnit 3 om en enkelt første ordens differensligning repeteres.
2. Der er givet første ordens systemet
$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= 3x_1(n) \\ x_2(n+1) &= -2x_2(n) \end{aligned}$$
Opskriv systemet i vektor-matrix form. Løs derefter systemet ved matrix-metoden. Forklar også, hvorfor systemet kan løses med metoden fra afsnit 3. Bestem den løsning, der opfylder
$$x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = -1.$$
3. I fortsættelse af foregående opgave skal følgende inhomogene system løses:
$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= 3x_1(n) - 4 \\ x_2(n+1) &= -2x_2(n) + 5 \end{aligned}$$
Igen skal man bruge både vektor-matrix metoden og metoden fra afsnit 3.
4. Generaliser ovenstående til alle systemer af formen
$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= \lambda_1 x_1(n) \\ x_2(n+1) &= \lambda_2 x_2(n) \end{aligned}$$
og opskriv løsningen.
5. Der er givet systemet
$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= x_2(n) \\ x_2(n+1) &= 4x_1(n) \end{aligned}$$
Opskriv systemet i vektor-matrix form. Definer nu $x(n) = x_1(n)$. Gør rede for, at hvis $x_1(n)$, $x_2(n)$ er løsninger, så er $x(n)$ en løsning til anden ordens differensligningen
$$x(n+2) - 4x(n) = 0.$$
Brug dette resultat til at løse det givne system.

Arne Jensen