**Kursusgang M15, 17. december 2010, 10:15–14.15**
Jeg refererer til seneste version af noterne som [AJ-v5].

**Dagens program**

1. 10:15–11:45 i A314. Jeg fortæller mere om afsnit 7 i [AJ-v5]. Det omhandler systemer af første ordens differensligninger. Jeg giver eksempler på forskellig fortolkning af Putzers algoritme, og giver to forskellige metoder til at løse inhomogene systemer. Jeg giver også en oversigt over min del af kurset.

2. 11:45–14:15 i grupperum. Regn opgaverne på nedenstående liste. Under gruppearbejdet besvarer jeg også spørgsmål vedr. kurset og tidligere opgaver.

**Opgaver**

1. Vi betragter et system $\mathbf{x}(n+1) = A\mathbf{x}(n)$ med fire forskellige matricer $A$. De er givet som

   (a) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

   (c) $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

   (d) $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

   For hver af de fire matrices skal man udregne udtrykket for $A^n$ ved hjælp af Putzers algoritme. I tilfældene (a) og (b) skal man derefter opskrive resultatet på formen

   $$A^n = \lambda_1^n P + \lambda_2^n Q,$$

   hvor $P$ og $Q$ er $2 \times 2$ matricer, som man skal bestemme. I begge tilfælde skal man eftervise, at disse matricer har egenskaberne

   $$P^2 = P, \quad Q^2 = Q, \quad PQ = 0, \quad P + Q = I.$$

   Hvad kan man sige om søjlerne i disse matricer? Kan man finde repræsentationen $A = \lambda_1 P + \lambda_2 Q$ på en anden måde? Her skal $P$ og $Q$ opfylde alle fire ligninger ovenfor.

2. For hver af de fire systemer i den foregående opgave skal man finde den fuldstændige løsning til det inhomogene system $\mathbf{x}(n+1) = A\mathbf{x}(n) + \mathbf{c}$, hvor

   $$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

   I alle 8 tilfælde skal man derefter finde den løsning til det inhomogene system, der opfylder begyndelsesbetingelsen

   $$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{og begyndelsesbetingelsen} \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Arne Jensen