Facitliste: Her er meget kort svarene til differentialligningsopgaverne fra eksamen 2007 og 2008.

2007 Opgave 1

1. $y_1(x) = x^{-2}$ og $y_2(x) = x^{-2}\ln(x)$ er de to lineært uafhængige løsninger.
2. En partikulær løsning er $y_p(x) = \frac{1}{4}$. Bemærk, at opgaven er problematisk, fordi man kan gætte denne løsning uden at skulle gennemføre alle udregningerne i den krævede metode.
3. $$y(x) = -1/4\,x^{-2} - 1/2\,\frac{\ln(x)}{x^2} + 1/4$$

Opgave 2

1. $$y_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{2n+1}, \quad y_2(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n}}{(2n)!} x^{2n},$$
2. $y_p(x) = \frac{1}{8}x$
3. $y(x) = \frac{7}{16}y_1(x) + y_2(x) + \frac{1}{8}x$. Bemærk, at man fra potensrækkerne ser, at $y_1(0) = 0$, $y_1'(0) = 2$, $y_2(0) = 1$, $y_2'(0) = 0$. Det er hvad man skal bruge for at besvare spørgsmålet.

2008 Opgave 1

1. $y_1(x) = 1$, $y_2(x) = (2\sqrt{x} + 1)e^{-2\sqrt{x}}$.
2. $y_p(x) = \frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{1}{2}x$.
3. $$y(x) = 2/3\,x^{3/2} - 1/2\,e^2\left(-e^{-2\sqrt{x}}\sqrt{x} - 1/2\,e^{-2\sqrt{x}}\right) - 1/2\,x - \frac{11}{12}$$

Opgave 2

1. Bemærk, at $x_0 = 0$ er et singulært punkt. Løsningerne er $y_1(x) = 1$, $y_2(x) = \ln(x)$.

2. $y_p(x) = \frac{1}{4}x^2$.

3. Bemærk, at der er en fejl i dette spørgsmål. Begyndelsesbetingelserne skal være $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$. Med disse begyndelsesbetingelser er løsningen
$$y\left(x\right) = 1/4\, x^2 + 1/2\, \ln\left(x\right) + 3/4$$