Kursusgang MS7, 9. december 2011, 08:15–12:00

Anbefalet program

1. 08:15–12:00 i grupperum. Løs opgaverne fra listen nedenfor. Eventuelle resterende opgaver fra tidligere. Begynd eventuelt at repetere noterne. Bemærk, at store dele af disse opgaver er repetitionsopgaver fra første del af kurset!

Opgaver

1. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

   (a) Der er givet differensligningen
   $$x(n+2) - x(n+1) - 6x(n) = 0.$$
   Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

   (b) Bestem en løsning til differensligningen
   $$x(n+2) - x(n+1) - 6x(n) = -6n - 5. \tag{1}$$

   (c) Bestem den løsning til (1), der opfylder
   $$x(0) = 1, \quad x(1) = -3.$$

   (d) Omskriv differensligningen (1) til et system af første ordens differensligninger.

   (e) Bestem den løsning til systemet, der har begyndelsesbetingelserne
   $$x_1(0) = 0, \quad x_2(1) = 0.$$

2. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

   (a) Der er givet differensligningen
   $$x(n+2) - 4x(n+1) + 4x(n) = 0.$$
   Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

   (b) Bestem en løsning til differensligningen
   $$x(n+2) - 4x(n+1) + 4x(n) = n - 2. \tag{2}$$

   (c) Bestem den løsning til (2), der opfylder
   $$x(0) = 0, \quad x(1) = 0.$$

   (d) Omskriv differensligningen (2) til et system af første ordens differensligninger.

   (e) Bestem den løsning til systemet, der har begyndelsesbetingelserne
   $$x_1(0) = 0, \quad x_2(1) = 1.$$

3. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

   (a) Der er givet differensligningen
   $$x(n+2) - \sqrt{2}x(n+1) + x(n) = 0.$$
   Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

   (b) Bestem en løsning til differensligningen
   $$x(n+2) - \sqrt{2}x(n+1) + x(n) = 4 - 2\sqrt{2}. \tag{3}$$

   (c) Bestem den fuldstændige løsning til (3).

   (d) Omskriv differensligningen (3) til et system af første ordens differensligninger.

Facitliste Med forbehold for trykfejl! Bemærk, at I skal kunne regne sådanne opgaver uden hjælpemidler. De er typiske for eksamensopgaver i disse emner.

1. (a) $x(n) = c_1(-2)^n + c_2 3^n$

   (b) $x_p(n) = n + 1$

   (c) $x(n) = (-2)^n - 3^n + n + 1$

   (d)
$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -6n-5 \end{bmatrix}.$$

   (e)
$$\begin{aligned} x_1(n) &= -\frac{1}{5}(-2)^n - \frac{4}{5}3^n + n + 1 \\ x_2(n) &= \frac{2}{5}(-2)^n - \frac{12}{5}3^n + n + 2 \end{aligned}$$

2. (a) $x(n) = c_1 2^n + c_2 n 2^n$

   (b) $x_p(n) = n$

   (c) $x(n) = -\frac{1}{2}n2^n + n$

   (d)
$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ n-2 \end{bmatrix}.$$

   (e)
$$\begin{aligned} x_1(n) &= n \\ x_2(n) &= n + 1 \end{aligned}$$

3. (a) $x(n) = c_1 \cos(n\pi/4) + c_2 \sin(n\pi/4)$

   (b) $x_p(n) = 2$

   (c) $x(n) = c_1 \cos(n\pi/4) + c_2 \sin(n\pi/4) + 2$

   (d)
$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4-2\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Arne Jensen