

Kursusgang 20, 21. november 2011, 12:30–16:15

Denne gang er det **selvstudium**.

Program Forslaget til program er følgende:

1. Resterende opgaver fra kursusgang 19.
2. Gennemgang af Example 11.36 og 11.38 i [WRW].
3. Gennemfør alle detaljer i beviset for Theorem 11.37 i [WRW]. Det gælder især udregningerne, der fører frem til formel (26) på side 421.
4. Exercise 11.5.1.
5. Gennemlæs siderne 435–437 (frem til Lemma 11.55) i [WRW]. Resultaterne er kendt fra calculus forår 2011.
6. Opgaven nedenfor. Den vil blive brugt i Kursusgang 22.

Opgave Der er givet en funktion $f: V \rightarrow \mathbf{R}$, $V \subseteq \mathbf{R}^n$ åben. Antag, at f har kontinuerte partielle afledede op til orden 3 i V . Lad $a \in V$ og $r > 0$, så at $B_r(a) \subseteq V$. Vi bruger notationen fra [WRW]

$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(x), \frac{\partial f}{\partial x_2}(x), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(x) \right).$$

Vi indfører også notationen for *Hesse matricen* for f i x som

$$Hf(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(x) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n}(x) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}(x) \end{bmatrix}.$$

Vi bruger for det indre produkt i $\mathbf{R}^n$ notationen fra lineær algebra kurset i stedet for prikprodukt notationen fra [WRW], d.v.s. $\langle x, y \rangle = x \cdot y$.

Vis, at der gælder følgende: For $h \in B_r(0)$ er

$$f(a+h) = f(a) + \langle \nabla f(a), h \rangle + \frac{1}{2} \langle Hf(a)h, h \rangle + R_3(a; h).$$

For restleddet har vi vurderingen

$$\|R_3(a; h)\| \leq C \|h\|^3.$$

Arne Jensen