Kursusgang 23, 8. december 2011, 12:30–16:15

Denne gang er det **selvstudium**.

Program Forslaget til program er følgende:

1. Resterende opgaver fra kursusgang 22.
2. Opgaverne fra nedenstående liste.

Definition Lad $M \subset \mathbf{R}^n$ være en delmængde, og lad $f\colon M \to \mathbf{R}$ være en funktion. Et punkt $x_0 \in M$ siges at være et *globalt maksimumspunkt* for f, hvis $f(x_0) \geq f(x)$ for alle $x \in M$. Et globalt minimumspunkt defineres tilsvarende ved, at $f(x_0) \leq f(x)$ for alle $x \in M$. Værdien $f(x_0)$ kaldes henholdsvis den globale maksimumsværdi og den globale minimumsværdi for funktionen f. Samlet kalder vi punkterne globale ekstrememspunkter og værdierne globale ekstremumsværdier.

1. Bestem de globale ekstremumspunkter og globale ekstremumsværdier for følgende funktioner defineret på $\mathbf{R}^2$:
   (a) $f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 2y + 3$.
   (b) $f(x,y) = 6x - 8y - x^2 - y^2$.
   (c) $f(x,y) = 2x^2 + 8xy + y^4$.
   (d) $f(x,y) = (1 + x^2)\exp(2x - 4y - x^2 - y^2)$.
   (e) $f(x,y) = \frac{8}{3}x^3 + 4y^3 - x^4 - y^4$. Facit: De kritiske punkter er $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,3)$ og $(2,3)$. Funktionen har et globalt maksimum og intet globalt minimum. Det globale maksimumspunkt er $(2,3)$ og den globale maksimumsværdi er $f(2,3) = \frac{97}{3}$.

2. Bestem de globale ekstremumspunkter og globale ekstremumsværdier for følgende funktioner defineret på mængderne beskrevet nedenfor. Bemærk, at et ekstremum kan ligge både i det indre og på randen af den givne mængde.
   (a) $f(x,y) = x + 2y$ på kvadratet med hjørnerne $(\pm 1, \pm 1)$.
   (b) $f(x,y) = x^2 + y^2 - x$ på kvadratet med hjørnerne $(\pm 1, \pm 1)$.
   (c) $f(x,y) = xy$ på cirkelskiven $x^2 + y^2 \leq 4$.
   (d) $f(x,y) = xy^2$ på trekanten med hjørnerne $(1,1)$, $(2,1)$ og $(2,2)$.
   (e) $f(x,y) = x^3 - y^2$ på trekanten med hjørnerne $(1,1)$, $(2,1)$ og $(2,2)$.

Arne Jensen