Opgavesæt 8 (SIF)

2.1#1

A er 2×3, B^T er 2×3, så $B=(B^T)^T$ er 3×2

Derfor er AB veldefineret

$\underset{2\times\cancel{3}\ \cancel{3}\times2}{AB}$ er en 2×2 matrice.

2.1#3

A^T er 3×3, så $A=(A^T)^T$ er 3×3

B er 2×3

AB er <u>ikke</u> veldefineret

2.1#5

$$C=\begin{bmatrix}3&8&1\\2&0&4\end{bmatrix}\qquad \vec{y}=\begin{bmatrix}1\\3\\-5\end{bmatrix}$$

$C\vec{y}$:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix}1\\3\\-5\end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix}3&8&1\\2&0&4\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}1\cdot3+3\cdot8+(-5)\cdot1\\1\cdot2+3\cdot0+(-5)\cdot4\end{bmatrix}\end{array}=\begin{bmatrix}22\\-18\end{bmatrix}$$

2.1#9

A er 2×2, C er 2×3, $\vec{x}\in\mathbb{R}^2$

$C\vec{x}$ er ikke veldefineret, så det er $AC\vec{x}$ heller ikke

2.1#11

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

AB:

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1\cdot 7 - 2\cdot 1 & 1\cdot 4 - 2\cdot 2 \\ 3\cdot 7 + 4\cdot 1 & 3\cdot 4 + 4\cdot 2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 25 & 20 \end{bmatrix}}}$$

2.1#17

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad A^3 = AAA$$

AA:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1\cdot 1 - 2\cdot 3 & 1\cdot(-2) - 2\cdot 4 \\ 3\cdot 1 + 4\cdot 3 & 3\cdot(-2) + 4\cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 15 & 10 \end{bmatrix}$$

(AA) A = AAA:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 15 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-5)\cdot 1 + (-10)\cdot 3 & (-5)\cdot(-2) + (-10)\cdot 4 \\ 15\cdot 1 + 10\cdot 3 & 15\cdot(-2) + 10\cdot 4 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -35 & -30 \\ 45 & 10 \end{bmatrix}}}$$

2.1#7

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} 7 & -1 \end{bmatrix}$$

x er en 2×1 matrix, z er en 1×2 matrix, så både xz og zx er veldefinerede.

XZ:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 7 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2\cdot 7 & 2\cdot(-1) \\ 3\cdot 7 & 3\cdot(-1) \end{bmatrix} \end{array} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 14 & -2 \\ 21 & -3 \end{bmatrix}}}$$

2.1 # 25

$$(AB)_{i,j} = \sum_k A_{ik} B_{kj}$$ ← generel formel

$\underset{3\times 3}{A}$ $\underset{3\times 2}{B}$, $$(AB)_{32} = \sum_{k=1}^{3} A_{3k} B_{k2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= A_{31}B_{12} + A_{32}B_{22} + A_{33}B_{32}$$

$$= (-3)\cdot 0 + (-2)\cdot 1 + 0\cdot(-2)$$

$$= -2$$

(AB_{32} er prikproduktet mellem A's 3. rækkevektor og B's 2. søjlevektor).

2.8 # 69, #70 #71, 72

$T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - 3x_2 \\ 4x_1 \end{bmatrix}$

$U: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $U\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 + 4x_3 \\ x_1 + 3x_2 \end{bmatrix}$

UT er defineret ved matrixproduktet mellem U's std. matrix, og T's std. matrix.

std. matrix for T:

$$A = [T(\bar{e}_1)\ T(\bar{e}_2)] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \left(\bar{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$$

std. matrix for U

$$B = [U(\bar{e}_1)\ U(\bar{e}_2)\ U(\bar{e}_3)] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

UT: er produktet af 2×3 matrix (B) og 3×2 matrix (A), så BA er en 2×2 matrix.

$$(UT)\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \underbrace{BA}_{2\times2 \text{ matrix}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

dvs. BA har 2 søjler $\Rightarrow$ Definitionsmængden er $\mathbb{R}^2$

— II — 2 rækker $\Rightarrow$ Dispositionsmængden er $\mathbb{R}^2$

BA:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\cdot1 + (-1)\cdot1 + 4\cdot4 & 1\cdot1 + (-1)(-3) + 4\cdot0 \\ 1\cdot1 + 1\cdot3 + 0\cdot4 & 1\cdot1 + (3)(-3) + 0\cdot0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 16 & 4 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$$

$$UT\vec{x} = BA\vec{x} = \begin{bmatrix} 16 & 4 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16x_1 + 4x_2 \\ 4x_1 - 8x_2 \end{bmatrix}$$