

ANALYSE 2

Forår 2017

Ugeseddel 9 – Uge 13

Sidste uges forelæsninger handlede om Banachs fikspunktssætning og lokal eksistens og entydighed af løsninger til ordinære differentiaalligninger, samt nogle resultater om nogle funktionsrum, svarende til kapitel 5 og 6 i Horias noter.

Som en særlig service gengives formuleringen af eksistens- og entydighedssætningen, hvor alle antagelser er samlet, nedenfor:

Sætning. *Lad $I \subset \mathbb{R}$ være et interval, $U \subset \mathbb{R}^d$ en åben mængde, og $t_0 \in I$, $y_0 \in U$, $r_0, \delta_0 > 0$ opfylde, at $\overline{B_{r_0}}(y_0) \subset U$ og $[t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \subset I$. Lad $f: I \times U \rightarrow \mathbb{R}^d$ være en kontinuert funktion, som opfylder følgende Lipschitz-betingelse på mængden $H_0 = [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \times \overline{B_{r_0}}(y_0)$: der eksisterer et $L > 0$ så*

$$\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L\|x - y\| \quad \forall t \in [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0], \quad \forall x, y \in \overline{B_{r_0}}(y_0).$$

Definér $M = \sup_{(t,x) \in H_0} \|f(t, x)\|$ og $\delta_1 = \min\{\delta_0, \frac{r_0}{M}, L^{-1}\}$. Så findes netop én løsning $y: (t_0 - \delta_1, t_0 + \delta_1) \rightarrow \overline{B_{r_0}}(y_0)$ til begyndelsesværdiproblemet

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0.$$

Trettende kursusgang: Fredag d. 31. marts kl. 8:15 til 12:00

8:15–12:30: Selvstudium/opgaveregning i grupperum

Regn videre i Horias opgavesæt om differentiaalligninger. Jeg er til rådighed i den sidste halvdel af tiden, og I er selvfølgelig også velkomne til at regne eventuelle hængepartier fra tidligere.

Fjortende kursusgang: Fredag d. 31. marts kl. 12:30 til 16:15

12:30–16:15: Selvstudium/opgaveregning i grupperum

Regn opgave 7 i Horias opgavesæt om punktvis og uniform konvergens. Jeg er tilstede i den første halvdel af tiden.

Næste uge – uge 14 – fortsætter vi gennemgangen af Horias noter og viser sætningen om implicit givne funktioner.

Med venlig hilsen
Morten Grud Rasmussen