23. marts 2018

Analyse 2

Forår 2018

Ugeseddel 9 – Uge 13

Sidste uges forelæsninger handlede om Banachs fikspunktssætning og lokal eksistens og entydighed af løsninger til ordinære differentialligninger, samt nogle resultater om nogle funktionsrum, svarende til kapitel 5 og 6 i Horias noter.

Som en særlig service gengives formuleringen af eksistens- og entydighedssætningen, hvor alle antagelser er samlet, nedenfor:

Sætning. *Lad $I \subset \mathbb{R}$ være et interval, $U \subset \mathbb{R}^d$ en åben mængde, og $t_0 \in I$, $y_0 \in U$, $r_0, \delta_0 > 0$ opfylde, at $\overline{B_{r_0}}(y_0) \subset U$ og $[t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \subset I$. Lad $f\colon I \times U \to \mathbb{R}^d$ være en kontinuert funktion, som opfylder følgende Lipschitz-betingelse på mængden $H_0 = [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \times \overline{B_{r_0}}(y_0)$: der eksisterer et $L > 0$ så*

$$\|f(t,x) - f(t,y)\| \leqslant L\|x - y\| \qquad \forall t \in [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0], \quad \forall x, y \in \overline{B_{r_0}}(y_0).$$

Definér $M = \sup_{(t,x)\in H_0} \|f(t,x)\|$ og $\delta_1 = \min\{\delta_0, \frac{r_0}{M}, L^{-1}\}$. Så findes netop én løsning $y\colon (t_0 - \delta_1, t_0 + \delta_1) \to \overline{B_{r_0}}(y_0)$ til begyndelsesværdiproblemet

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0.$$

Trettende kursusgang: Tirsdag d. 27. marts kl. 12:30 til 16:15

12:30–16:15: Selvstudium/opgaveregning i grupperum

Regn videre i Horias opgavesæt om differentialligninger.

Næste uge – uge 14 – er der selvstudium med opgaveregning, hvor I skal se på punktvis og uniform konvergens.

Med venlig hilsen
Morten Grud Rasmussen