CIT: Theorem 2.7.1 - ~~renoveret~~

Lad $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ være en sandsynligheds fordeling, for hvilken $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$.
Så eksisterer et optimalt r-ært kodnings skema for P, hvor de sidste s kodeord har maksimal længde og er på formen

$$\underline{d}\,0,\ \underline{d}\,1, \dots \underline{d}\,(s-1).$$

Der er ikke flere kodeord med $\underline{d}$ som prefix, og s er bestemt ved

$$s \equiv n \bmod (r-1) \text{ og } 2 \leq s \leq r.$$

— " —

Heraf følger, at

$$\text{MinAveLen}_r(p_1, \dots, p_n) = \text{MinAveLen}_r(p_1, \dots, p_{n-s}, q) + q$$

hvor $q = p_{n-s+1} + \dots + p_n$.

Korollar

Hvis $D = (\underline{c}_1, \dots, \underline{c}_{n-s}, \underline{d})$ er et optimalt kodningsskema for $Q = (p_1, \dots, p_{n-s}, q)$, så er $C = (\underline{c}_1, \dots, \underline{c}_{n-s}, \underline{d}\,0, \underline{d}\,1, \dots, \underline{d}\,(s-1))$ et optimalt kodningsskema for P.

— " —

Algoritme $\mathcal{H}$, som producerer en r-ary kode C for sandsynligheds-fordelingen P.

1) Hvis $P=(p_1,\dots,p_n)$, hvor $n \le r$, så $C=(0,\dots,n-1)$

2) Hvis $P=(p_1,\dots,p_n)$, hvor $n > r$, så

   a) Omnummerer om nødvendigt P så $p_1 \ge p_2 \ge \dots \ge p_n$

   b) Bestem s, $2 \le s \le r$ så $s \equiv n \mod (r-1)$, og lad $Q := (p_1, \dots, p_{n-s}, q)$, hvor $q = p_{n-s+1} + \dots + p_n$.

   c) Udfør $\mathcal{H}$ på Q med resultat $D = (\underline{c}_1, \dots, \underline{c}_{n-s}, \underline{d})$

   d) Lad C være bestemt ved

$$C = (\underline{c}_1, \dots, \underline{c}_{n-s}, \underline{d}0, \underline{d}1, \dots, \underline{d}(s-1)).$$