Lineær afhængighed og lineær uafhængighed

Generelle resultater

En samling vektorer er lineært afhængige, hvis en af dem kan skrives som en linearkombination af de øvrige. Kan ingen af vektorerne skrives som en linearkombination af de øvrige, da er de lineært uafhængige.

En samling vektorer er lineært afhængige, hvis $\vec{0}$ kan skrives som en ikke-triviel linearkombination af vektorerne. En triviel linearkombination er den, hvor alle konstanterne er lig 0. Ellers er de lineært uafhængige.

For at afgøre om $\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_k$ er lineært afhængige kan vi gøre følgende. Lad A være matricen, hvis søjler er $\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_k$. Udfør rækkeoperationer indtil en matrix R fremkommer, som er på trappeform (echelon form).

- Hvis der er pivot i alle søjler i R, da er vektorerne lineært uafhængige.
- Hvis der ikke er pivot i alle søjler i R, da er vektorerne lineært afhængige.

Specialtilfælde

Hvis $\vec{0}$ er en af vektorerne i samlingen af vektorer, da er de lineært afhængige.

Hvis $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_k$ er vektorer i $\mathbb{R}^n$ og $n < k$, da er vektorerne lineært afhængige.

Hvis $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_k$ indeholder to parallelle vektorer, da er vektorerne lineært afhængige.

Hvis $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_k$ indeholder tre vektorer, som ligger i samme plan, da er vektorerne lineært afhængige.