4. kursusgang: Repetition

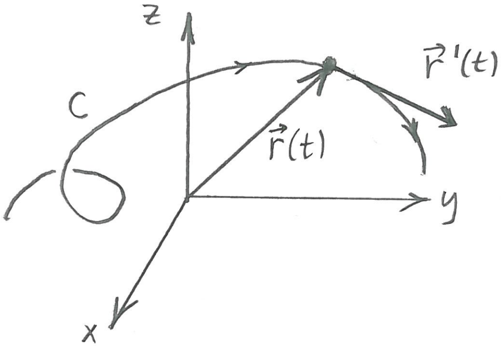
Vektorfunktion

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ g(t) \\ h(t) \end{bmatrix}, \quad t \in I$$

Tilhørende kurve

$$C = \{ P \in \mathbb{R}^3 \mid \overrightarrow{OP} = \vec{r}(t), \ t \in I \}$$

Fortolkning:



t tiden

$\vec{r}(t)$ stedvektoren for et punkt der bevæger sig langs kurven C.

Differentiation

$$\vec{r}\,'(t) = \begin{bmatrix} f'(t) \\ g'(t) \\ h'(t) \end{bmatrix}$$

Fortolkning: $\vec{r}\,'(t)$ er en tangentvektor til kurven C i punktet med stedvektoren $\vec{r}(t)$, når $\vec{r}\,'(t) \neq \vec{0}$.

Hastigheden til tiden t er

$$\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t)$$

Farten til tiden t er

$$v(t) = |\vec{v}(t)|$$

Accelerationen til tiden t er

$$\vec{a}(t) = \vec{v}\,'(t) = \vec{r}\,''(t)$$

Bemærk:

$\vec{v}(t)$
- retning: tangential til kurven i bevægelsesretningen
- længde: farten

Notation: $\vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}.$$

Med denne notation har vi

$$\vec{r}(t) = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j} + h(t)\vec{k},$$
$$\vec{r}\,'(t) = f'(t)\vec{i} + g'(t)\vec{j} + h'(t)\vec{k}.$$

Prik-produkt og kryds-produkt

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\vec{k}$$

Regneregler for differentiation

$$(\vec{u}(t) + \vec{v}(t))' = \vec{u}\,'(t) + \vec{v}\,'(t)$$

$$(c\vec{u}(t))' = c\vec{u}\,'(t)$$

$$(f(t)\vec{u}(t))' = f'(t)\vec{u}(t) + f(t)\vec{u}\,'(t)$$

$$(\vec{u}(t) \bullet \vec{v}(t))' = \vec{u}\,'(t) \bullet \vec{v}(t) + \vec{u}(t) \bullet \vec{v}\,'(t)$$

$$(\vec{u}(t) \times \vec{v}(t))' = \vec{u}\,'(t) \times \vec{v}(t) + \vec{u}(t) \times \vec{v}\,'(t)$$

Stamfunktion

$\int \vec{r}(t)\,dt = \vec{R}(t) + \vec{C}$ såfremt $\vec{R}\,'(t) = \vec{r}(t)$.