

7. kursusgang : Repetition

Krumningscirklen.

$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, t \in I$ vektorfunktion med $\vec{r}'(t) \neq \vec{0}, t \in I$.

$\vec{OP}_t = \vec{r}(t), t \in I$ den tilhørende kurve

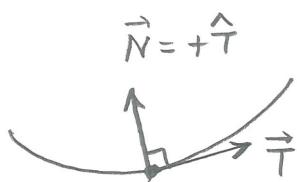
$\vec{r}'(t) = \begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix}$ A tangentvektor

$\kappa(t) = \frac{|x'y'' - x''y'|}{((x')^2 + (y')^2)^{3/2}}$ krumningen i P_t .

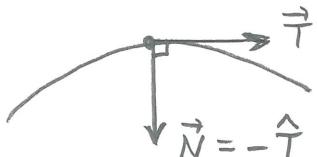
Lad $t_0 \in I$ og antag at $\kappa(t_0) \neq 0$.

$\hat{T} = \frac{\vec{r}'(t_0)}{|\vec{r}'(t_0)|}$ enhedstangentvektor

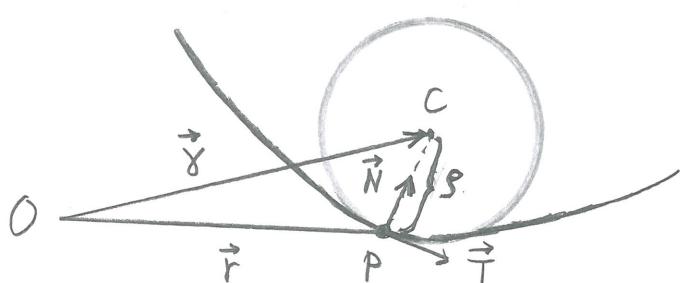
$\hat{N} = \pm \hat{T}$



enhedsnormalvektor* der peger i den retning kurven böjer



Krumningscirklen i $P = P_{t_0}$:



- Falles tangent i P
- Samme krumming κ i P

$$s = \frac{1}{\kappa}$$
 krumningsradius

$$\vec{s} = \vec{r} + s \vec{N}$$
 krumningscentrum

* Glusk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix}$



①

Funktioner af flere variable

En funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ af n variable består af

- en definisjonsmængde $D \subseteq \mathbb{R}^n$.
- en forskrift, der til ethvert $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$ tilordner et $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}$.

angives kun en forskrift, består definisjonsmængden af samtlige punkter i \mathbb{R}^n hvor denne giver mening.

Eks. $f(x, y) = 2x^2 + 3y + xy$

En funktion af 2 variable: x og y .

Definisjonsmængden er \mathbb{R}^2 dvs. hele xy -planen.

Eks. $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

En funktion af 3 variable: x, y og z .

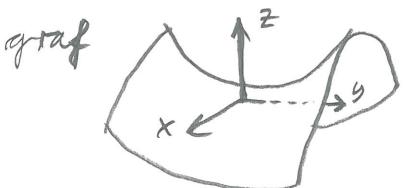
Definisjonsmængden er $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y, z) \neq (0, 0, 0)\}$
 $= \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$.

Lad $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ være en funktion af 2 variable.

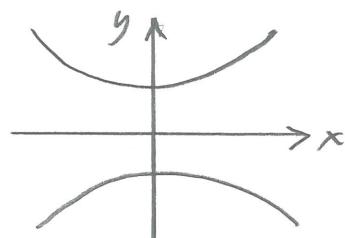
Grafen for f : $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = f(x, y)\}$

Niveaumkurve for höjden k : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid k = f(x, y)\}$

Eks: $f(x, y) = y^2 - x^2$



niveaumkurve
for höjden 2
 $y^2 - x^2 = 2 \Leftrightarrow$
 $y = \pm \sqrt{x^2 + 2}$



For en funktion af tre variable harer niveauflader $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y, z) = k\}$.