Opgave 8.1 α, β, γ vinkler i trekant målt med spredning σ

α og β måles med to satser, γ måles med en sats

X_α: middelsats for α $\quad V(X_\alpha) = \sigma_\alpha^2 = \frac{\sigma^2}{2}$

X_β: middelsats for β $\quad V(X_\beta) = \sigma_\beta^2 = \frac{\sigma^2}{2}$

X_γ: måling for γ $\quad V(X_\gamma) = \sigma_\gamma^2 = \sigma^2$

Observerer $x_\alpha = 96{,}108$ gon $\quad x_\beta = 42{,}820$ gon $\quad x_\gamma = 61{,}066$ gon

Slutfejl:

$$x_\alpha + x_\beta + x_\gamma + r = 200 \text{ gon}$$

$$\Downarrow$$

$$r = 200 - 96{,}108 - 42{,}820 - 61{,}066 \text{ gon} = \underline{0{,}006 \text{ gon}}$$

Fordeling af slutfejl: (fordeles efter vinklers andel af total variation)

Estimat for α:

$$\hat{X}_\alpha = X_\alpha + \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\gamma^2} r = X_\alpha + \frac{\sigma^2/2}{\sigma^2/2 + \sigma^2/2 + \sigma^2} r$$

$$= x_\alpha + \frac{1}{4} r = 96{,}108 + \frac{1}{4} 0{,}006 \text{ gon} = \underline{96{,}1095 \text{ gon}}$$

Estimat for β:

$$\hat{X}_\beta = X_\beta + \frac{\sigma_\beta^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\gamma^2} r = X_\beta + \frac{\sigma^2/2}{\sigma^2/2 + \sigma^2/2 + \sigma^2} r$$

$$= x_\beta + \frac{1}{4} r = 42{,}820 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}006 \text{ gon} = \underline{42{,}8215 \text{ gon}}$$

Estimat for γ:

$$\hat{X}_\gamma = X_\gamma + \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_\gamma^2} = X_\gamma + \frac{\sigma^2}{\sigma^2/2 + \sigma^2/2 + \sigma^2} r$$

$$= x_\gamma + \frac{1}{2} r = 61{,}066 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}006 \text{ gon} = \underline{61{,}0690 \text{ gon}}$$

Opgave 8.2

Frem- og tilbage nivellering over 8 strækninger:

strækning	ℓ (m)	$p = \frac{1}{\ell}$ (km^{-1})	h_f (mm)	h_t (mm)	$h_f + h_t$ (mm)	$p\,(h_t+h_f)^2$ $\frac{mm^2}{km}$
1	861	1.161	-91	89	-2	4.646
2	624	1.603	219	-217	2	6.410
3	986	1.014	459	-475	-16	259.635
4	595	1.681	353	-359	-6	60.504
5	110	9.091	-130	132	2	36.364
6	1033	0.968	132	-137	-5	24,201
7	952	1.050	636	-645	-9	85.084
8	675	1.481	-638	637	-1	1.481

ved geometrisk niv er $p_i = \frac{1}{\ell_i}$ og $\sigma_0^2 = \sigma_k^2$ (kilometerspredning^2)

Sum: 478,326

Dobbelt målinger:

Estimater af σ_k^2: $S_k^2 = S_0^2 = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} p_i (X_{i1} - X_{i2})^2 = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} p_i (h_t + h_f)^2$

(dobbeltmålinger; h_t og h_f modsat fortegn)

Estimat af kilometerspredning: $S_k = \sqrt{\frac{1}{2n}\,478.326\ \frac{mm^2}{km}} = 5,468\ \frac{mm}{\sqrt{km}}$

95% konfidensinterval:

$$\left[S_k - 1.96\frac{S_k}{\sqrt{2n}};\ S_k + 1.96\frac{S_k}{\sqrt{2n}} \right] = [2.789;\ 8.147]$$

Opgivet kilometerspredning: $5\ \frac{mm}{\sqrt{km}}$

Dvs. vores estimat og konfidensinterval stemmer godt overens med opgivet kilometerspredning på $5\ \frac{mm}{\sqrt{km}}$