

2. kursusgang: Repetition og lidt nyt.

Matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$m \times n$ -matrix

(i, j) te indgang i A er
skalaren $[A]_{ij} = a_{ij}$.

Søjlevektor og rækkevektor

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m \quad ; \quad \vec{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]$$

Sum og multiplikation med en skalar

A, B $m \times n$ -matricer ; c skalar

$A+B$ er $m \times n$ -matricen med $[A+B]_{ij} = [A]_{ij} + [B]_{ij}$

cA er $m \times n$ -matricen med $[cA]_{ij} = c[A]_{ij}$.

Transponering

A^T er $n \times m$ -matricen med $[A^T]_{ij} = [A]_{ji}$

Dvs. søjler i A bliver til rækker i A^T og vice versa.

Matrix-vektor produkt

Lad $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ betegne søjlerne i A . For $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ er

$$A\vec{u} = [\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \dots \ \vec{a}_n] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = u_1 \vec{a}_1 + u_2 \vec{a}_2 + \dots + u_n \vec{a}_n$$

(linearkombination)

Linearitetsegenskaber: For alle $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ og $c \in \mathbb{R}$ gælder

(1) $A(\vec{u} + \vec{v}) = A\vec{u} + A\vec{v}$,

(2) $A(c\vec{u}) = c(A\vec{u})$.

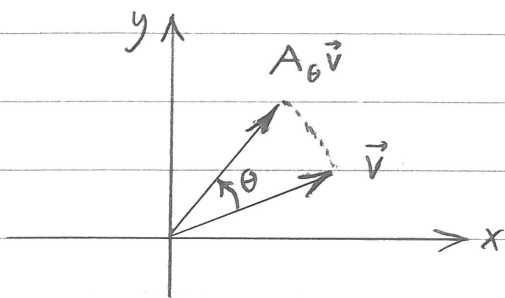
Beris: (1) $\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ \vdots \\ u_n + v_n \end{bmatrix}$ så

$$\begin{aligned} A(\vec{u} + \vec{v}) &= (u_1 + v_1)\vec{a}_1 + (u_2 + v_2)\vec{a}_2 + \dots + (u_n + v_n)\vec{a}_n \\ &= (u_1\vec{a}_1 + u_2\vec{a}_2 + \dots + u_n\vec{a}_n) + (v_1\vec{a}_1 + v_2\vec{a}_2 + \dots + v_n\vec{a}_n) \\ &= A\vec{u} + A\vec{v}. \end{aligned}$$

(2) Tilsvarende. q.e.d.

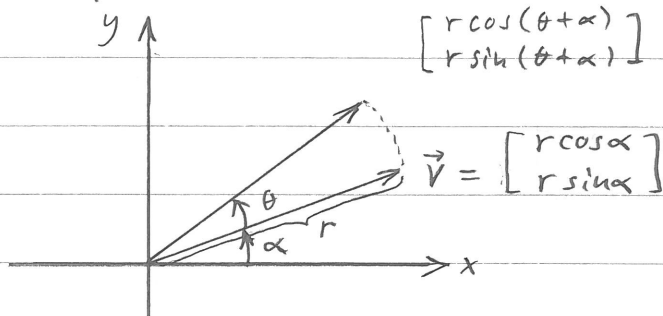
Rotationsmatrix

$$A_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



$A_\theta \vec{v}$ er rotationen af vektoren \vec{v} med vinklen θ .

Beris herfor:



additionsformlerne

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \cos \alpha \\ r \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta \cos \alpha - r \sin \theta \sin \alpha \\ r \sin \theta \cos \alpha + r \cos \theta \sin \alpha \end{bmatrix} \stackrel{\downarrow}{=} \begin{bmatrix} r \cos(\alpha + \theta) \\ r \sin(\alpha + \theta) \end{bmatrix}$$