

MATEMATIK B-NIVEAU

Onsdag den 30. maj 2007

Kl. 09.00 – 13.00

STX071-MAB

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

”I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart, herunder om der i opgavebesvarelsen er:

- en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på
- en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik
- en dokumentation ved et passende antal mellemregninger
- en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde, herunder den eventuelle brug af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder
- en brug af figurer og illustrationer
- en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer
- en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden
- en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation.”

(Undervisningsvejledningen til Matematik, Stx)

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $\frac{xy + x^2}{xy}$.

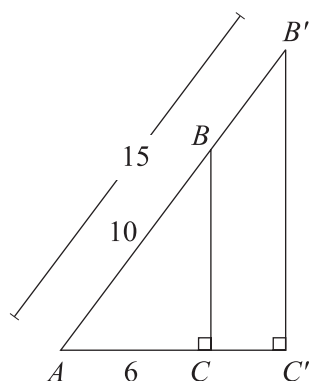
Opgave 2 En funktion f er bestemt ved $f(x) = x^3 + 2x + 8$.

Bestem $f'(1)$, og bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$.

Opgave 3 En funktion f er bestemt ved $f(x) = b \cdot a^x$. Grafen for f går gennem punkterne $(2, 20)$ og $(4, 80)$.

Bestem tallene a og b .

Opgave 4



På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og $AB'C'$. Det oplyses, at $|AB| = 10$, $|AC| = 6$, $|AB'| = 15$, samt at $\angle ACB$ og $\angle AC'B'$ er rette.

Beregn $|BC|$ og $|B'C'|$.

Opgave 5 Bestem integralet $\int_0^1 (2x^3 + e^x) dx$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 13.00

- Opgave 6** I perioden 1987-1997 har Transportrådet hvert år opgjort det samlede antal biler, der er sendt til ophugning siden 1987. Opgørelsen viser, at det samlede antal biler, der er sendt til ophugning siden 1987, med god tilnærmelse kan beskrives ved funktionen

$$f(x) = 87880 \cdot x + 69550,$$

hvor x er antal år efter 1987, og $f(x)$ er det samlede antal biler, der er sendt til ophugning i løbet af de x år siden 1987.

- a) Beskriv, hvilken information funktionen giver om udviklingen i det samlede antal biler, der er sendt til ophugning siden 1987, og inddrag i beskrivelsen en fortolkning af de konstanter, der indgår i forskriften for f .

- Opgave 7** I trekant ABC er $\angle A = 72^\circ$, $b = 4,1$ og $c = 3,8$.

- a) Tegn en model af trekanten, og beregn længden af siden a .
b) Beregn længden af højden på siden b .

- Opgave 8** I en model for vægten af aborrrer i Gurre Sø antages det, at vægten W (målt i gram) af aborrrer som funktion af længden L (målt i cm) er af typen

$$W(L) = b \cdot L^a.$$

- a) Bestem en forskrift for W , når det oplyses, at $W(7,1) = 5,5$ og $W(14,3) = 58,4$.
b) Hvilken længde vil en aborre ifølge modellen have, når dens vægt er 100 g?

Kilde: <http://www.cbvand.dk>

Opgave 9 Hvert år opgøres de danske bankers samlede nettoebyrindtægt for 1. halvår, her kaldet DHN. Tabellen viser DHN for hvert af årene i perioden 2002-2006.

Årstal	2002	2003	2004	2005	2006
DHN (mia. kr.)	6,697	7,160	8,137	8,408	10,538

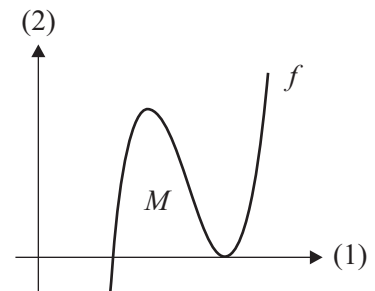
I en model antages det, at DHN (mia. kr.) som funktion af tiden x (antal år efter 2002) med god tilnærmelse kan beskrives ved en eksponentiel udvikling f .

- Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for f .
- Benyt modellen til at bestemme DHN for 2007 og til at bestemme fordoblingskonstanten for DHN.

Kilde: Politiken, mandag d. 16. oktober 2006.

Opgave 10 Grafen for $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$ afgrænser sammen med førsteaksen i første kvadrant en punktmængde M , der har et areal (se figuren).

- Bestem arealet af M .



Opgave 11 En virksomhed fremstiller en vare. I en model er omkostningerne $O(x)$ ved fremstilling af x varer (målt i tusinder) pr. uge givet ved

$$O(x) = 0,04x^3 - 0,5x^2 + 2,35x + 7,5, \quad 1 \leq x \leq 15.$$

Ved produktion af x varer (målt i tusinder) pr. uge kan alle de producerede varer sælges for beløbet $p(x)$, hvor

$$p(x) = 8 - 0,4x, \quad 1 \leq x \leq 15.$$

Fortjenesten $F(x)$ ved produktion af x varer (målt i tusinder) pr. uge er under disse forudsætninger bestemt ved

$$F(x) = p(x) \cdot x - O(x), \quad 1 \leq x \leq 15.$$

Den møntenhed, som $O(x)$, $p(x)$ og $F(x)$ er målt i, er underordnet i denne forbindelse.

- Bestem en forskrift for $F(x)$, og benyt modellen til at bestemme størrelsen af den produktion pr. uge, som giver størst fortjeneste.

- Opgave 12** I en model for afkøling af en bestemt væske kan væskens temperatur T (målt i °C) som funktion af tiden t (målt i timer) beskrives ved følgende sammenhæng

$$T = 21 + 59 \cdot e^{-1,066t}.$$

- Bestem væskens temperatur efter 1 time, og beskriv betydningen af tallet 21.
- Bestem, hvor lang tid der går, før væskens temperatur er 30 °C .

- Opgave 13** En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \ln x - 3x, \quad x > 0.$$

- Gør rede for, at funktionen f har et maksimum, og bestem dette maksimum.

- Opgave 14** En bestemt type af massive metalgenstande fremkommer ved at fjerne en halvkugle i hver ende af en cylinder. Radius i halvkuglerne er lig med cylinderens radius. For en metalgenstand af denne type, hvor overfladen skal være 4 dm², gælder, at

$$2\pi r h + 4\pi r^2 = 4 \quad \text{og} \quad V = \pi r^2 h - \frac{4}{3}\pi r^3,$$

hvor r (dm) er radius i både cylinderen og halvkuglerne, h (dm) er cylinderens højde, og V (dm³) er metalgenstandens rumfang.

- Bestem V som funktion af r .

- Opgave 15** Forskere i Kræftens Bekæmpelse har fulgt 770 danske patienter, som fik konstateret tarmkræft i perioden 1985-1990, med henblik på at afdække, om det sociale netværk har betydning for patienternes evne til at overleve sygdommen. Undersøgelsen viser ifølge forskerne, at tarmkræftpatienter, der er blevet enlige på grund af skilsmisse eller dødsfald, før sygdommen bliver konstateret, har hele 40 % større risiko for at dø sammenlignet med patienter, der har en partner. Undersøgelsen præsenteres i en avis, hvor der fremsættes følgende påstand: ”Det er en rigtig god idé at finde en at leve sammen med. Ægteskaber redder kræftpatienter”.

- Kommentér denne påstand ved at stille 3 kritiske spørgsmål til påstanden eller undersøgelsen.

Kilde: Urban, 10.01.07.