STUDENTEREKSAMEN MAJ 2008

NY ORDNING

MATEMATIK
B-NIVEAU

Onsdag den 14. maj 2008

Kl. 09.00 – 13.00

STX081-MAB

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-5 med i alt 5 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6-15 med i alt 14 spørgsmål.

Kun én af opgaverne 15a og 15b må afleveres til bedømmelse.

De 19 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

"I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart, herunder om der i opgavebesvarelsen er:

– en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på
– en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik
– en dokumentation ved et passende antal mellemregninger
– en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde, herunder den eventuelle brug af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder
– en brug af figurer og illustrationer
– en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer
– en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden
– en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation."

(*Undervisningsvejledningen til Matematik, Stx*)

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Bestem værdien af $(x+h)^2 - h(h+2x)$, når $h=2$ og $x=3$, og reducér udtrykket $(x+h)^2 - h(h+2x)$.

Opgave 2 Om en eksponentielt voksende funktion f gælder, at $f(3)=200$ og $f(5)=800$.

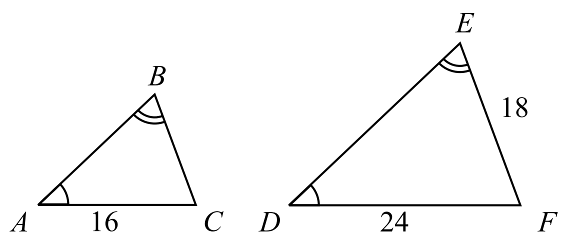
Bestem en forskrift for f.

Opgave 3 En funktion f er givet ved $f(x)=x^3-3x^2+4$.

Bestem $f'(x)$, og gør rede for monotoniforholdene for f.

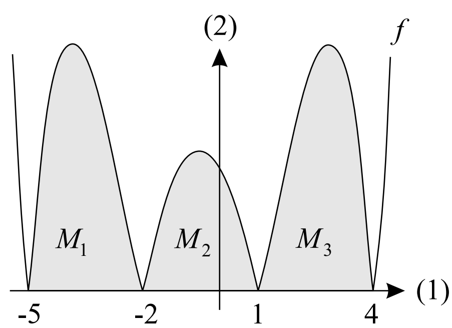
Opgave 4 Figuren viser to ensvinklede trekanter *ABC* og *DEF*.

Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.



Beregn $|BC|$.

Opgave 5 På figuren ses grafen for en funktion $f(x)$, der har nulpunkterne -5 , -2 , 1 og 4. Sammen med førsteaksen afgrænser grafen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3, der henholdsvis har arealerne 12, 7 og 12.



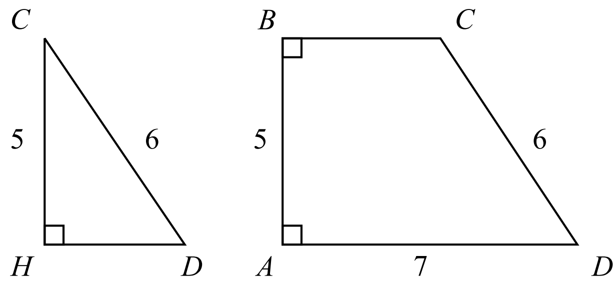
Bestem $\int_{-5}^{-2} f(x)\,dx$ og $\int_{-5}^{4} f(x)\,dx$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 - 13.00

Opgave 6



Ovenfor ses en skitse af trekant *CDH* og firkant *ABCD*.

a) Bestem $\angle D$ i trekant *CDH*.

b) Bestem $|BD|$ og $|AC|$ i firkant *ABCD*.

Opgave 7

Alder (år)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Længde (cm)	310	348	386	424	462	500	536	572	610

Tabellen viser sammenhørende værdier af alder og længde for en population af spækhuggere.
I en model er sammenhængen mellem længden L (målt i cm) og alderen t (målt i år) en funktion af typen $L(t) = at + b$.

a) Bestem tallene a og b ved hjælp af tabellens data.

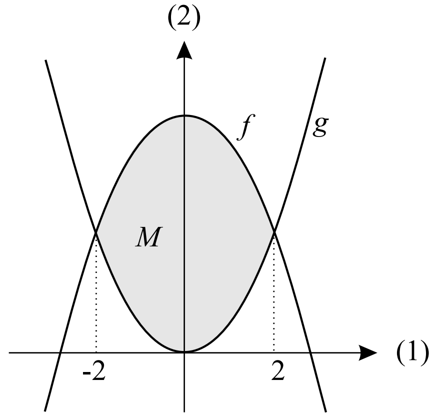
b) Giv en fortolkning af tallene a og b, og benyt modellen til at bestemme alderen af en 700 cm lang spækhugger.

Kilde: Duffield, D.A. and K.W. Miller, 1988. *Demographic Features of Killer Whales in Oceanaria in the United States and Canada,* 1965-1987. *Rit Fiskideildar.* 11: 297-306.

Opgave 8 I 2005 var bevillingerne til forskning og uddannelse i et bestemt land 20 mia. kr. Det bliver besluttet, at disse bevillinger skal stige med en fast årlig procent, så de i 2020 når op på 60 mia. kr.

a) Bestem den årlige procentvise stigning i bevillingerne.

Opgave 9 Graferne for funktionerne $f(x) = 8 - x^2$ og $g(x) = x^2$ afgrænser i første og anden kvadrant et område *M*, der har et areal.



a) Bestem arealet af *M*.

Opgave 10 En havvindmølles energiproduktion er ligefrem proportional med vindens hastighed opløftet i tredje potens.

a) Indfør passende variable, og opstil en model for en havvindmølles energiproduktion som funktion af vindens hastighed.

Kilde: Vindformation, nr. 7, 1. *april* 1997, *Vindmølleindustrien.*

Opgave 11 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x\,.$$

Det oplyses, at grafen for f har to tangenter med hældningskoefficient 11.

a) Bestem førstekoordinaten til røringspunktet for hver af disse tangenter.

Opgave 12 I det følgende betragtes en model for en bestemt type af bevoksninger af ensartede planter. I modellen betegner w (målt i g) vægten af tørstoffet i den del af en plante, der er over jorden, d betegner antallet af planter pr. m^2 i den bevoksning, som planten tilhører, og h (målt i cm) betegner højden af planten. I modellen gælder

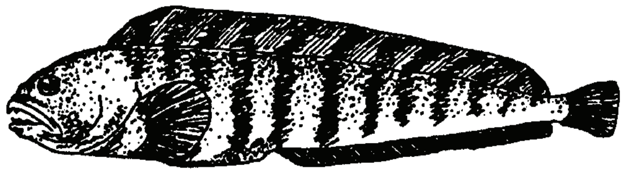
$$w = 9670d^{-1{,}49} \quad \text{og} \quad h = 970d^{-0{,}443}\,.$$

a) Bestem w, når $d = 4$.

b) Benyt modellen til at bestemme vægten af tørstoffet i en plante, der er 100 cm høj.

Kilde: Shoot height, weight and standing crop in relation to density of monospecific plant stands, Nature Vol. 279, 10 *May* 1979.

Opgave 13



Atlantisk havkat (*Anarhichas lupus*)

Længde (cm)	0-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120
Procentdel	0	9	11	0	31	25	19	5

Tabellen viser fordelingen af længden af atlantiske havkatte fanget i dybden 5-40 m i *Gulf of Maine*. Det oplyses, at den korteste og den længste havkat er henholdsvis 51 cm og 120 cm.

a) Tegn sumkurven, og bestem kvartilsættet.

Kvartilsættet for længden af atlantiske havkatte fanget i dybden 40-80 m er 46 cm, 81 cm og 95 cm. Den korteste og den længste havkat fanget i dette dybdeinterval er henholdsvis 6 cm og 123 cm.

b) Benyt de to kvartilsæt til på samme figur at lave to boksplot for længden af havkatte fanget i de to dybdeintervaller, og kommentér forskellen.

Kilde: Northw. Atl. Fish. Sci., Vol. 13*:* 53–61*, Distribution, Growth and Food Habits of the Atlantic Wolffish (Anarhichas lupus) from the Gulf of Maine-Georges Bank Region, Gary A. Nelson and Michael R. Ross, J.*

Opgave 14 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x + \frac{16}{x}, \quad x > 0.$$

a) Bestem $f'(x)$, og gør rede for, at funktionen har et minimum.

Opgave 15a Et andengradspolynomium f er bestemt ved

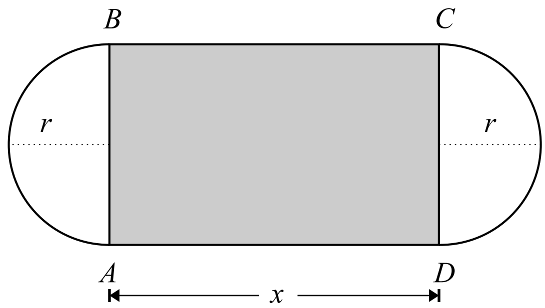
$$f(x) = -5x^2 + bx + c\ ,$$

hvor b og c er tal.

Det oplyses, at f har rødderne 3 og 7.

a) Bestem tallene b og c.

Opgave 15b



En løbebanes form er dannet af to lige lange parallelle linjestykker (på figuren AD og BC), der i begge ender er forbundet med halvcirkler.

a) Bestem omkredsen af løbebanen udtrykt ved x og r (se figuren), og bestem arealet af rektanglet $ABCD$ udtrykt ved x, når omkredsen af løbebanen skal være 800 m.

Kun én af opgaverne 15a og 15b må afleveres til bedømmelse