

Omprøve i Matematik – Geometriske Grundbegreber

M-sektorens 4. semester

Mandag, den 27. august 2001, kl. 9:00 – 12:00

Alle sædvanlige hjælpemidler må medtages.
PC er ikke tilladt.

Opgave 1: (36%) En rumkurve er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP_t} = [t + \sin t, \sqrt{2} \cos t, t - \sin t], \quad t \in \mathbf{R}.$$

1. Beregn hastighedsvektoren $\mathbf{r}'(t)$ og vis at farten $v(t)$ er konstant.
2. Beregn vektoren $\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)$ og vis at dens længde er konstant.
3. Bestem det medfølgende treben $\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ i $P_0 : [0, \sqrt{2}, 0]$.
4. Bestem i et vilkårligt punkt på kurven dennes krumning og torsion. (Vink: De er konstante!)

Opgave 2: (28%) Lad a betegne et reelt tal. En naturlig kubisk spline er givet ved de tre punkter $P_0 : [0, 0], P_1 : [1, a]$ samt $P_2 : [2, 0]$.

1. Bestem de tre hastighedsvektorer $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1$ og \mathbf{v}_2 i punkterne P_0, P_1 og P_2 .
2. Gør rede for, at den del af kurven der forbinder punkterne P_0 og P_1 har parameterfremstillingen:

$$\mathbf{p}_1(t) = \left[\begin{array}{c} t \\ \frac{a}{2}(3t - t^3) \end{array} \right], 0 \leq t \leq 1$$

og bestem parameterfremstillingen for den anden del af kurven fra P_1 til P_2 .

3. Beregn de 7 Bézierpunkter, der bestemmer den samme kurve. Bestem en parameterfremstilling for den linie der indeholder de sidste tre(!) af disse punkter.

Opgave 3: (36%) En flade S i rummet er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = \overrightarrow{OP_{uv}} = [u, v, u^3 - uv], \quad (u, v) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}.$$

1. Bestem en ligning for fladens tangentplan i punktet $P_{1,3} : [1, 3, -2]$.
2. Beregn koefficienterne i fladens 1. fundamentalform i hvert fladepunkt.
3. Beregn koefficienterne i fladens 2. fundamentalform i punktet $P_{1,3} : [1, 3, -2]$.
4. Bestem Gausskrumning K og middelkrumning H samt de to hovedkrumninger k_1 og k_2 i punktet $P_{1,3} : [1, 3, -2]$.

Husk at skrive navn og gruppenummer på besvarelserne. **Og skriv antallet af afleverede ark på 1. side** af besvarelserne.