

Prøve i Matematik – Geometriske Grundbegreber

M-sektorens 4. semester

Torsdag, den 3. juni 2004, kl. 9:00 – 12:00

Alle sædvanlige hjælpemidler må medtages.
PC er ikke tilladt.

Opgave 1: (36%) En plan kurve K er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP}_t = [t, \ln t], \quad t > 0$$

1. Vis at enhedstangentvektoren er givet ved

$$\mathbf{t}(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} \left[1, \frac{1}{t} \right]$$

og beregn normalvektoren $\mathbf{n}(t)$.

2. Beregn i punktet P_1 accelerationsvektoren $\mathbf{a}(1)$ og dens tangentielle og normale komponent.
3. Beregn krumningsfunktionen $\kappa(t)$.
4. Bestem kurvens evolut ved i ethvert punkt P_t at bestemme koordinaterne til krumningscirkelens centrum C_t .

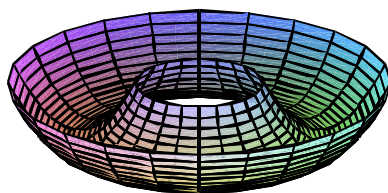
Opgave 2: (28%) En *Bézier*-kurve K er bestemt af 4 Bézier-punkter Q_0, Q_1, Q_2 og Q_3 . Det oplyses, at parameterfremstillingen for kurven K er givet ved

$$\mathbf{p}(t) = [-t^3 - 3t^2 + 3t, -11t^3 + 12t^2], \quad 0 \leq t \leq 1$$

1. Gør rede for at Bézierpunkternes koordinater er givet ved $Q_0 : (0, 0), Q_1 : (1, 0), Q_2 : (1, 4)$ samt $Q_3 : (-1, 1)$.
2. Punktet Q_2 udskiftes nu med punktet $Q'_2 : (1, 2)$. Beregn en parameterfremstilling for Bézierkurven K' bestemt ved Q_0, Q_1, Q'_2 og Q_3 .
3. Beregn den spidse vinkel mellem tangenterne i den oprindelige kurve K s endepunkter.

Opgave 3: (36%) En omdrejningsflade S er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = \overrightarrow{OP}_{u,v} = [v \cos(u), v \sin(u), (v-2)^2], \quad 0 \leq u \leq 2\pi, 1 < v < 3.$$



1. Gør rede for at fladen skærer XY -planen i en cirkel med radius 2 og centrum i Origo (for $v = 2$).
2. Bestem vektoren $(\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)(u, v)$. Gør rede for $\nu(P) = [0, 0, -1]$ er enhedsnormalvektor til fladen S i et hvilket som helst punkt P på den omtalte cirkel. Gør ligeledes rede for, at XY -planen er tangentplan til S i alle cirkelens punkter.
3. Bestem koefficienterne E, F, G i fladens 1. fundamentalform samt e, f, g i fladens 2. fundamentalform.
4. Bestem de to hovedkrumninger i et hvilket som helst punkt P på den omtalte cirkel og gør rede for at alle disse punkter er paraboliske. Beregn normalkrumningen i punktet P i en retning som danner vinklen 45° med begge hovednormalretninger.

Husk at skrive navn og gruppenummer på besvarelserne. **Og skriv antallet af afleverede ark på 1. side af besvarelserne.**