Løsningsskitser til udvalgte opgaver fra 2. lektion

1a Krydproduktet af de to parallevektorer giver normalvektoren $\mathbf{n} = [1, 1, 2]$. Prikproduktet med stedvektoren er 9. Se [MR], p. 17/18.

1b Planen α har normalvektor $\mathbf{n} = [1, -2, 1]$. Vektorerne $[1, 0, -1]$ og $[2, 1, 0]$ er vinkelrette på $\mathbf{n}$ og lineært uafhængige; de kan derfor bruges som retningsvektorer for α. Koordinaterne til punktet $P : [0, 0, 3]$ tilfredstiller ligningen, dvs. $P \in \alpha$.
Der er mange andre muligheder for valg af retnings- og stedvektorer!

2a $\mathbf{n} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = [2, 0, 3]$.

3 $\overrightarrow{OP_t} = \overrightarrow{OQ_s}$ fører til et ligningssystem, som kun kan løses for $a = 8$. I dette tilfælde er løsningen givet ved $s = -2, t = 1$, og snitpunktet har koordinater $[5, -1, 2]$.

4 $l \cap \alpha$ er et punkt $\Leftrightarrow$
ligningen $\overrightarrow{Q_{rs}P_t} = -t\mathbf{a} + r\mathbf{b} + s\mathbf{c}$ har en *entydig* løsning $[r, s, t]$ $\Leftrightarrow$
$\mathbf{a}, \mathbf{b}$ og $\mathbf{c}$ er lineært uafhængige, dvs. de udspænder hele rummet.
De tre numerisk givne vektorer er lineært uafhængige: Matricen, der har dem som søjlevektorer, har rang 3 (Gauss-reduktion!)

5 Find en parameterfremstilling for planen α som indeholder R og l (med vektoren fra R til begyndelsespunktet $[1, 0, -1]$ som den anden retningsvektor). Fællesmængden med m findes ved at løse et ligningssystem med 3 ligninger og 3 ubekendte. Den udgøres af punktet $Q : [5, 4, 0]$. Den søgte linie forbinder Q og R og har parameterfremstillingen

$$\overrightarrow{OR_t} = \overrightarrow{OQ} + t \cdot \overrightarrow{QR} = [3, 2, -1] + t \cdot [2, 2, 1].$$

(Man kan finde andre planer og andre parameterfremstillinger for linien; derimod er *selve linien* entydigt bestemt.)

Med venlig hilsen

Martin Raussen

FREDRIK BAJERSVEJ 7G | 9940 8855 | RAUSSEN@MATH.AAU.DK
9220 AALBORG ØST | - HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN