Løsninger til udvalgte opgaver fra sidste gang:

1 $\mathbf{p} = [4,4,2], \mathbf{q} = [-2,0,4], \mathbf{q}\cdot\mathbf{y} = \mathbf{0}$.

2 Med ortogonaldekompositionen $\mathbf{n} = \mathbf{p} + \mathbf{q}$, hvor $\mathbf{e}\|\mathbf{p}$ og $\mathbf{e} \perp \mathbf{q}$ gælder:

$$\mathbf{e}\times\mathbf{n} = \mathbf{e}\times(\mathbf{p}+\mathbf{q}) = \mathbf{e}\times\mathbf{p} + \mathbf{e}\times\mathbf{q} = \mathbf{e}\times\mathbf{q},$$

Idet $\mathbf{e} \perp \mathbf{q}$ konkluderes som i opg. 5 fra 1. lektion:

$$\mathbf{e}\times(\mathbf{e}\times\mathbf{n}) = \mathbf{e}\times(\mathbf{e}\times\mathbf{q}) = -\mathbf{q}.$$

3 Vektoren $\mathbf{n} = [-1,2,-1]$ er vinkelret på α (krydsproduktet af retningsvektorerne giver $2\mathbf{n}$). Projektionen af vektoren $\overrightarrow{QP}$ på $\mathbf{n}$ beregnes til $[-0.5,1,-0.5]$, projektionen af retningsvektoren til linien l på $\mathbf{n}$ bliver $\frac{1}{3}[-1,2,-1]$. Punktet P projiceres altså på punktet med koordinaterne $[1,1,1]-[-0.5,1,-0.5]$; retningsvektoren projiceres på vektoren $[1,1,-1]-\frac{1}{3}[-1,2,-1]$.

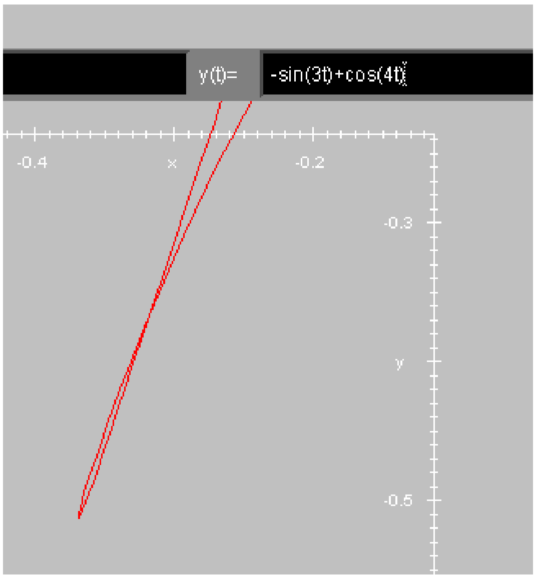
4 Linierne har retningsvektorer $\mathbf{x} = [3,4,2]$ og $\mathbf{y} = [3,4,1]$.
Vektoren $\mathbf{n} = \mathbf{x}\times\mathbf{y} = [-4,3,0]$ står vinkelret på dem begge. Med vektoren $\overrightarrow{PR} = [-2,-11,-2]$ fås afstanden $d = \frac{|\overrightarrow{PR}\cdot\mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = \frac{25}{5} = 5$.

5 Lad $P_0 : [2,1,4],\ R : [1,1,1],\ Q_0 : [1,0,2],\ \mathbf{v} = [1,-1,-2]$.
Vektoren $\mathbf{n} = \overrightarrow{P_0Q_0} - \frac{\overrightarrow{P_0Q_0}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2}\mathbf{v}$ ligger i planen α, der indeholder l og m og er vinkelret på l og m. Afstanden $d = |\mathbf{n}|$.
En normal til planen α beregnes som $\mathbf{u} = \mathbf{v}\times\mathbf{n}$. Rs projektion på denne plan kaldes R'. Vektoren $\overrightarrow{R'R}$ er lig med projektionen af vektoren $\overrightarrow{P_0R}$ på $\mathbf{u}$, dvs. $\overrightarrow{R'R} = \frac{\overrightarrow{P_0R}\cdot\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|^2}\mathbf{u}$, og $\overrightarrow{P_0R'} = \overrightarrow{P_0R} - \overrightarrow{R'R}$ og $\overrightarrow{OR'} = \overrightarrow{OP_0} + \overrightarrow{P_0R'} = \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{R'R}$.
Rs afstand fra planen α beregnes som $|\overrightarrow{R'R}|$.

6 Ved tilstrækkelig stor forstørrelse tæt på "spidserne" ses det, at det ikke drejer sig om spidser i teknisk forstand. Der er således *ikke* tale om spidstangenter, men om "meget hurtigt vendende" tangenter. Se figuren på næste side!

Med venlig hilsen

Martin Raussen



Figur 1: næsten en spids