E-opgave 2

I opgaven árbejder vi igen med de bygninger som Sidneys opera, tegnet af Jørgen Utzon, er sammensat af.

Vi flytter nu bygningsdelen B således, at gulvet ligger i XY-planen, punktet $(0,0,S)$ flyttes til Origo og midtpunktet $(\frac{S}{3},\frac{S}{3},\frac{S}{3})$ for cirklen i skråplanen inden for kuglen flyttes til punktet $(\frac{\sqrt{6}S}{3},0,0)$ på X-aksen; se Figur 1 på side 2. Gulvplanen i bygning B flyttes så til følgende del af planen:

$$D := \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 |\ x \geq 0, y^2 \leq \frac{x^2}{3}, x^2 - \frac{2\sqrt{6}S}{3}x + y^2 \leq R^2 - S^2\}.$$

1. Giv en geometrisk beskrivelse af området D. Tegning!

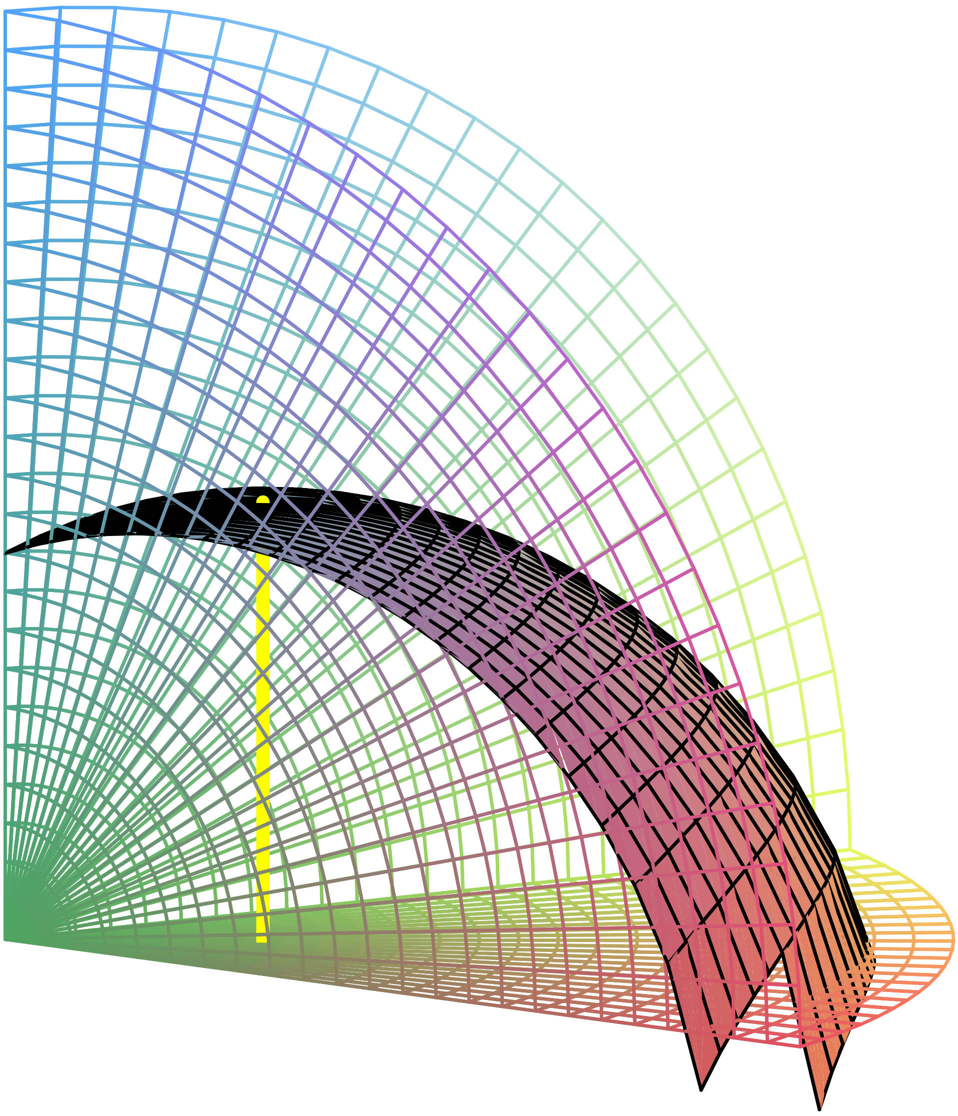
2. Man kan beregne at højden af bygning B i punktet $(x,y,0)$ – målt lodret fra gulv til det kugleformede tag – er givet ved

$$z = h(x,y) = -\frac{\sqrt{3}S}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{9R^2 - 6S^2 - 9x^2 - 9y^2 + 6\sqrt{6}Sx},\ (x,y) \in D.$$

   Gør rede for at funktionen h har netop et kritisk punkt C i Ds indre; bestem punktet og værdien af h i dette punkt.

3. Beskriv funktionen h på randen af D ved hjælp af en funktion af en variabel og find de maksimale værdier af funktionen på randen.

4. Bestem funktionens maksimale værdi H og det punkt (x_0,y_0) i D hvor $h(x_0,y_0) = H$. Giv en geometrisk fortolkning.



Figur 1: Bygningsdel *B* og maksimal højde