Velkommen til kurset MAT1A på basisåret som vil strække over hele jeres 1. semester.

Information om dette kursus, især alle lektionsplaner ("spisesedler") finder I efterhånden på kursets hjemmeside. Skemaet for hele semestret findes fra holdets hjemmeside. Jeg vil gerne bede jer om at købe kursuslitteraturen i centerboghandelen snarest muligt – vi skal allerede første gang bruge lærebogen under opgaveregning:

Lærebøger

- C.H. Edwards, D.E. Penney, *Calculus. Early Transcendentals*, 7th edition, Pearson, Prentice-Hall, 2008.
- H. Elbrønd Jensen, Matematisk analyse 1, 4. udg., med tilhørende opgavehæfte.

Sidstnævnte bog skal bruges første gang sidst i noveber måned.
Mange drager nytte af et kortfattet kompendium med de vigtigste definitioner, resultater og formler, samt flere eksempler, med titlen:

- H.V. Christensen, B. Rosbjerg: Kompendium i calculus – Definitioner, formler og eksempler.

Her kan man også finde de danske gloser – og så er hæftet billigt til salg!

Alt litteratur kan købes i centerboghandelens afdeling på Strandvejen. Jeg vil gerne bede jer om at købe kursuslitteraturen snarest muligt – vi skal allerede første gang bruge lærebogen Edwards & Penney under opgaveregning.

1. lektion

Torsdag, den 6.9. 2007, kl. 12:30 – 16:15.
Denne første gang afviger strukturen fra standardforløbet

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 12:30 – 14:25.

Mål og indhold:

Vi begynder den 1. forelæsning med et "prædiken" om det samlede forløb (mål, indhold, form, praktiske forhold, eksamen, gensidige forventninger osv.)

De første to gange behandler vi emner der sorterer under "funktioner af en variabel"; første gang omhandler de trigonometriske funktioner (som I kender fra ungdomssuddannelserne) og deres inverse.

Når et 1-dimensionelt væsen skal til at orientere sig på en enhedscirkel, er det naturligt, at det bare måler, hvor langt det har bevæget sig fra start til slut af sin rejse. Resultatet er en *vinkel*. Måles den i *radianer*, så måler man bare vejlængden (i forhold til radius). Måles den i *grader*, så sættes den i forhold til cirklens omkreds. Da metoden blev opfundet af babylonierne for flere tusinde år siden, måler man ikke procentvis, men cirklen bliver inddelt i 360 éns grader. En simpel lineær formel beskriver overgangen mellem radianer og grader.

Et 2-eller 3-dimensionelt væsen ser enhedscirklen som en del af planen med et indlagt XY-koordinatsystem. Hvor meget bliver X-, hhv. Y-værdien når man kravler en vinkel φ frem fra en position på X-aksen? Det er netop udtrykt ved funktionerne $\cos\varphi$ og $\sin\varphi$. Funktionen tan har ligeledes gode geometriske interpretationer.[1]

Der er en del nyttige formler knyttet til de trigonometriske funktioner: Den vigtigste ("idiotformlen", grundrelationen) udtrykker bare at punktet $(\cos\varphi, \sin\varphi)$ ligger på *enheds*cirklen. Periodicitetsformlerne (s. A-16) har ligeledes simple forklaringer, mens additionsformlerne (og som konsekvens formler for de trigonometriske funktioner på dobbelte og halve vinkler) er lidt mere komplicerede at udlede (s. A-14).

Kan man omvendt finde vinklen φ hvis man kender dens X-værdi (cos) eller Y-værdi (sin)? Denne vinkel er i hvert fald *ikke* entydigt bestemt; flere vinkler kan give anledning til samme cos, sin eller tan. Man hjælper sig med at *afgrænse* et bestemt vinkelinterval på hvilket den trigonometriske funktion man undersøger er *strikt monotont*. Herefter kan man definere og undersøge de *inverse* trigonometriske funktioner $\cos^{-1}, \sin^{-1}$ og $\tan^{-1}$.

Mere generelt kan man invertere en funktion $f : Dm(f) \to Vm(f)$[2], hvis den er *injektiv* ("en til en"), dvs. hvis der til hver y-værdi i værdimængden svarer præcis en x-værdi i definitionsmængden. Så kan man definere $f^{-1} : Vm(f) \to Dm(f)$ ved $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$. Denne opskrift forklarer også den geometriske tolkning af overgangen fra f til f^{-1} som spejling i den vinkelhalverende $Y = X$.

De trigonometriske funktioner er differentiable og I kender deres differentialkvotienter. De inverse trigonometriske kvotienter er ligeledes differentiable; ved hjælp af regnereglen for differentiation af en sammensat funktion bliver
$x = f(f^{-1}(x))$ til $1 = f'(f^{-1}(x))(f^{-1})'(x)$; herfra er det ikke vanskeligt at finde deres differentialkvotienter. Det viser sig så at de inverse trigonometriske funktioner er stamfunktioner for flere interessante funktioner.

Litteratur:

Edwards & Penney, Appendix C, A-13 – A-17 (bagerst i bogen) og Sect. 6.8. pp. 488 – 493.

Opgaveregning:

kl. 14:30 – 16:15 i grupperummene.
Opgaverne er grupperet, og inden for grupperne er vanskeligheden som regel stigende. Som hovedregel skal I forsøge at løse så mange opgaver som muligt, men dog *mindst en* fra hver gruppe. Dog med en undtagelse: I skal diskutere og forsøge at løse *alle* opgivne *True/False* opgaver!
Facit til langt de fleste opgaver findes bagerst i bogen!

[1] Vi behandler ikke de i bogen nævnte funktioner sec, csc og cot.
[2] eng.: *domain* for definitionsmængde, *range* for værdimængden

Opgaver:

E&P, App. C, pp. A-17 – A-18 Grader og radian

- 3, 5, 7, 9.

Værdier af trigonometriske funktioner (kun sin, cos og tan; men uden lommeregner, tak!)

- 11, 13

Trigonometriske ligninger

- 17, 19, 23

Flere trigonometriske ligninger (reducer først vha. grundrelationen)

- 43, 45, 47

E&P, 6.8, pp. 496 True/False opgaver

- 1 – 8.

Næste gang:

Mandag, den 10.9., kl. 8:15 – 12:00.
Taylorpolynomier (E& P, 10.4).