NIKOLAJ HESS-NIELSEN
MARTIN RAUSSEN

4. lektion

Mandag, den 17.9. 2007, kl. 8:15 – 12:00.

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 8:15 – 8:40.
Vektorfunktioner: differentiation, integration, mekaniske interpretationer

Opgaveregning:

kl. 8:45 – 10:35 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, 11.5, p. 861 True/False opgaver. Løb dem hurtigt igennem; det behøver ikke tage mere end højst 10 minutter.

- 2 – 10.

E&P, 11.5, pp. 862 – 864 Parameterfremstillinger for kurver

- 1,3. Match parameterfremstillingerne med figurene øverst på siden. Om nødvendigt kan det geometriske laboratorium hjælpe.

Differentiation

- 7,9,15,23

Integration

- 19,27,33.

Anvendelser

- 61,41,49.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 10:40 – 12:00.

Mål og indhold:

Ved differentiation af en parameterfremstilling finder man den (variable) hastighedsvektor, og som dens længde, farten som funktion af tiden. Ved at integrere farten fra start til slut, finder man den tilbagelagte vej; desværre er formlerne dog ofte så komplicerede, at man ikke kan integrere eksplicit.

Hvordan kan man måle/beregne, hvor krum en kurve er i et givet punkt? Det er rimeligt at sætte krumningen af en cirkel med radius R til $\frac{1}{R}$. For en generel kurve sætter man den til krumningen af den bedst approksimerende cirkel i et givet punkt, den såkaldte krumningscirkel[1]. Det samme mål fås hvis man differentierer den vandrende enhedstangentvektor $\mathbf{T}(s)$ langs med kurven med hensyn til kurvelængden s. Krumningen kan tydes som vinkelhastighed $\varphi'(s)$, når man sætter $\mathbf{T}(s) = (\cos\varphi(s), \sin\varphi(s))$; så måler $\varphi(s)$ vinklen mellem X-aksen og $\mathbf{T}(s)$. Krumningen beregnes ved hjælp af formel (12) på s. 867.

Ved hjælp af krumningen kan man give en bedre beskrivelse for den vandrende accelerationsvektor $\mathbf{a}(t)$. Hvis man definerer $\mathbf{N}(t) = \hat{\mathbf{T}}(t)$ som vandrende normalvektor, så gælder:

[1] eller oskulationscirkel

$\mathbf{a}(t) = v'(t)\mathbf{T}(t) + v^2(t)\kappa(t)\mathbf{N}(t)$; i så fald skal man dog tage krumning med fortegn; man tager altså ikke den numeriske værdi i formlerne på p. 867.

Emneskift: I de kommende uger behandler vi funktioner af flere variable. Definitionsmængden for en en funktion af denne type er en delmængde af plan eller rum, mens værdimængden består af reelle tal. Vi diskuterer dette nye begreb i et antal eksempler og finder frem til de størst mulige definitionsmængder.

Litteratur:

Edwards & Penney, Sect. 11.6, pp. 865 – 869 og 12.1 – 12.2, pp. 899 – 902.

Software:

I det geometriske laboratorium kan man finde og afprøve illustrationer for parameterfremstillinger af plane og rumlige kurver, hastighedsvektorer, fart, accelerationsvektorer, krumning mv. Man kan også få tegnet eksplicit beskrevne flader.

Næste gang:

Tirsdag, den 18.9., kl. 8:15 – 12:00.
Funktioner af flere variable: beskrivelse, betydninger, kontinuitet. E&P, 12.2 – 12.3, pp. 902 – 916.