13. lektion

Mandag, den 5.11.2007, kl. 8:15 – 12:00.

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 8:15 – 8:40.
Retningsafledede og gradientvektor.

Opgaveregning:

kl. 8:45 - 10:35 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, 12.8, pp. 971 – 973 Gradientvektorer og retningsafledede

- 4,15,23.

Gradientvektor som normalvektor til niveaukurve/flade

- 31,33,41,43.

Kvotientregel for gradienter

- 37.

E&P, p. 970 – 971 True/false 1 – 10.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 10:40 – 12:00.

Mål og indhold:

På de gymnasiale uddannelser indføres integralet for en funktion af en variabel over et interval på X-aksen som areal af området mellem grafen af funktionen og dette interval. Man viser så at dette areal kan beregnes ved hjælp af en stamfunktion for den oprindelige funktion. I første omgang generaliserer vi denne fremgangsmåde til funktioner af to variable over en rektangel: Integralet indføres som rumfang af området mellem grafen for funktionen og vores rektangel i XY-planen. Rumfanget approksimeres ved en Riemann-sum, som beregner rumfanget af en søjlefigur over den underdelte rektangel som approksimerer området. Når den maksimale diameter af delrektanglerne i underdelingen går mod 0, så konvergerer Riemann-summerne mod Riemann-integralet som definerer rumfanget af området (når funktionen kun antager ikke-negative værdier).

Definitionen fører ikke til en hurtig metode til beregning af integraler. I stedet forsøger man at beregne et dobbeltintegrale: Først finder man, for hvert y, en stamfunktion til funktionen mht. x; ved indsættelse af intervalgrænserne fremkommer en funktion, som kun afhænger af y. Denne funktion integreres nu inden for intervalgrænserne for y ved hjælp af endnu en stamfunktion. I stedet for kan man begynde med integration “over y” og derefter “over x”. Det giver samme resultat, men muligvis er det nemmere at beregne planintegralet med denne integrationsrækkefølge.

Hvad så hvis man ønsker at beregne rumfanget af en figur over et område i planen som ikke er en rektangel? I definitionen af integralet approksimeres området ved søjler over (små) rektangler, både indefra og udefra. I sidste ende konvergerer Riemann-summerne mod det samme tal, Riemann-integralet. Den praktiske beregning forklares næste gang.

Litteratur:

Edwards & Penney, E& P, section 13.1 – 13.2: *Double integrals*, pp. 998 – 1008.

Software:

MAPLE: Prøv `Tools->Tutors->Calculus ->Multi-Variable->Approximate Integration`

Næste gang:

Tirsdag, den 5.11., kl. 12:30 - 16:15.
Planintegraler. Areal og rumfang.
E& P, section 13.2 – 13.3, p. 1008 – 1018.