

15. lektion

Torsdag, den 8.11.2007, kl. 12:30 – 16:15.

Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 12:30 – 12:55.

Integration for funktioner af flere variable. Areal og volumen.

Opgaveregning:

kl. 13:00 – 14:50 i grupperummene.

Opgaver:

E&P, 13.2, pp. 1011 – 1013 Dobbeltintegraler med variable grænser

- 7,15,23,31,39.

E&P, 13.3, pp. 1018 – 1020 Areal og rumfang

- 1,9,17,25,33,41,49¹.

Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 14:55 – 16:15.

Mål og indhold:

Polære koordinater kan også være af stor hjælp i forbindelse med integrationsopgaver, specielt hvis definitionsområde og/eller funktionen (helst dem begge to) har nemme beskrivelser ved polære koordinater. Det er især tilfældet hvis man kan spotte en form for rotationssymmetri.

Når man danner Riemann-sum i polære koordinater erstattes en sædvanlig rektangel

med en "polær rektangel". Det er i virkeligheden et cirkelafsnit, hvor radiuskoordinat (afstand fra Origo) og vinkelkoordinat har faste nedre og øvre grænser. Arealet af en polær rektangel kan nemt beregnes; se formel (2) på p. 1020 i bogen. Dermed kan den polære Riemann-sum tydes som en rektangulær Riemann-sum med en integrand som ganges med en faktor r . Når man integrerer over en polær rektangel gælder derfor formlen:

$$\int \int_R f(x, y) dA = \int_{\theta=\alpha}^{\beta} \int_{r=a}^b f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta.$$

Man kan også bruge polære koordinater ved integration over mere generelle områder. Specielt hvis området er **radialt simpelt**, dvs., hvis afstand fra Origo $r(\theta)$ er begrænset ved $r_1(\theta) \leq r(\theta) \leq r_2(\theta)$ for alle vinkler θ .

Arealer og rumfang af rotationssymmetriske områder kan med fordel beregnes ved hjælp af polære koordinater. Et sjovt eksempel (med vigtige anvendelser inden for statistik) for en integralopgave som **kun** kan løses ved brug af polære og ikke bed brug af XY-koordinater findes i bogens Eksempel 5.

Litteratur:

Edwards & Penney, E&P, section 13.4: *Double integrals in polar coordinates*, pp. 1020 – 1025.

Næste gang:

Mandag, den 19.11., kl. 8:15 - 12:00.

Anvendelser af planintegraler. Introduktion til rumintegraler.

E&P, section 13.5-6, p. 1028 – 1041.

¹Opstilling af integralerne er vigtigere end udregning, især ved nogle af de sidste opgaver, hvor man måske skal bruge MAPLE eller et andet computer algebra system.