# 19. lektion

Torsdag, den 29.11.2007, kl. 12:30 – 16:15.

## Repetition og Perspektivering:

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 12:30 – 12:55.
Rumintegraler og tripelintegraler

## Opgaveregning:

kl. 13:00 – 14:50 i grupperummene.

### Opgaver:

**E&P, 13.6, pp. 1046 – 1048** Rumintegraler, rumfang og tyngdepunkt

- 3,17,23,39,41.

**E&P, 13.7, pp. 1055 – 1057** Rumintegraler, rumfang og tyngdepunkt i cylindriske koordinater

- 5,11,15,19.

Rumfang, tyngdepunkt og inertimoment i sfæriske koordinater

- 23,25,27

## Forelæsning

Hold 1: Auditorium 1. Hold 2: A314.
kl. 14:55 – 16:15.

### Mål og indhold:

Et helt nyt emne: Komplekse tal![1] Komplekse tal står i forbindelse med punkter i planen. Et punkt $P : (x, y)$ svarer til det komplekse tal $x + iy$. Specielt svarer det komplekse tal $i$ til punktet $(0, 1)$ på $Y$-aksen (kaldes også den *imaginære* akse). Tallet $z = x + iy$ har $Re(z) = x$ som realdel og $Im(z) = y$ som imaginærdel.

Tal bliver først interessante sammen med regneoperationer. Additionen af komplekse tal $(x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$ svarer til vektoraddition af vektorene $(x_1, y_1)$ og $(x_2, y_2)$ - realdelene og imaginærdelene lægges sammen hver for sig. For at kunne gange komplekse tal, skal man som udgangspunkt vide at $i \cdot i = -1$. Herfra fås umiddelbart reglen: $(x_1 + iy_1) \cdot (x_2 + iy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$. De komplekse tal opfylder (lige som de rationale tal og de reelle tal) de egenskaber man forlanger af et *legeme* (Sætning 4.2).

Det komplekse tal $z = x + iy$ har tallet $\bar{z} = x - iy$ som det kompleks konjugerede tal. Specielt gælder: $z\bar{z} = x^2 + y^2 =| z |^2$; $| z |$ er $z$s modulus; et reelt tal. Hermed kan man nemt finde $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$ for $z \neq 0$ – og også dividere komplekse tal.

Lige som man kan beskrive punkter i planen ved polære koordinater, så kan komplekse tal beskrives ved modulus (afstand fra Origo = 0) og argument (vinkel i forhold til den reelle akse). Man skriver $r_\varphi$ for tallet som svarer til et punkt med afstand $r \geq 0$ fra Origo og vinkel $\varphi$ i forhold til den reelle akse. Transformationsreglerne (4.5)-(4.7) svarer til omregning mellem $XY$-koordinater og polære koordinater.

[1] Anvendelser følger senere!

Modulus/argument-beskrivelsen af komplekse tal er specielt nyttig ved multiplikation: $z_1 \cdot z_2 = r_\varphi \cdot s_\theta = (rs)_{\varphi+\theta}$. Moduli ganges sammen, argumenterne lægges sammen (modulo $2\pi$). Tilsvarende for division: moduli divideres, argumenterne trækkes fra hinanden. Og for potenser: $(r_\varphi)^n = (r^n)_{n\varphi}$.

**Litteratur:**

HEJ, kap. 4.1 – 4.2, pp. 4.7 – 4.15.

## Næste gang:

Mandag, den 3.12., kl. 8:15 - 12:00.
Polynomier og deres komplekse rødder.
HEJ, 4.3, pp. 4.16 – 4.24.