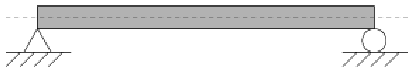

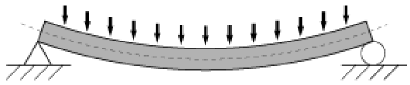

En horizontal elastisk bjælke er fastgjort i begge ender. Den belastes med – for nemhedens skyld kun tre – kræfter F_1, F_2, F_3 (målt i Newton (N) i ligeligt fordelte punkter x_1, x_2, x_3. Det fører til vertikale udbøjninger y_1, y_2, y_3 (målt i mm).

Først ser vi på en af kræfterne F_j ad gangen; de to andre sættes lig med 0. Hookes lov fortæller i så fald at der er konstanter d_{ij} – målt i $\frac{mm}{N}$ – således at $y_i = d_{ij}F_j$. Med superpositionsprincippet fås de samlede udbøjninger som

$$y_i = d_{i1}F_1 + d_{i2}F_2 + d_{i3}F_3.$$

Dette kan udtrykkes ved hjælp af fleksibilitets-matricen

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}$$

og (udbøjnings-)vektorerne samt (kræfte)-vektorerne

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \text{ og } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

som $\mathbf{y} = D\mathbf{F}$.

I dette miniprojekt bruger vi fleksibilitets-matricen $D = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$.

1. Bestem udbøjningerne y_1, y_2, y_3, når kræfterne er lig med $F_1 = 30N, F_2 = 50N$ og $F_3 = 20N$.

2. Omvendt skal man somme tider bestemme ukendte kræfter som belaster en bjælke ud fra oplysninger om målte – eller ønskede – udbøjninger. Gør rede for sammenhængen mellem kræfter og udbøjninger på formen $\mathbf{F} = D^{-1}\mathbf{y}$ – under antagelse at fleksibilitetsmatricen D er invertibel.

3. Bestem stivheds-matricen D^{-1} i eksemplet og giv – med $\mathbf{e}_2 = [0, 1, 0]^T$ – en interpretation for $D^{-1}\mathbf{e}_2$. Hvorfor skal denne vektor have både positive og negative koordinater?

4. Illustration i Rhino/Grasshopper: Tegn en horizontal linje (for bjælken) og udbøjningskurver igennem randpunkter og udbøjede punkter for variable (`slider`!) belastningsvektorer med udgangspunkt i fleksibilitets-matricen D.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G — 9940 8855 — RAUSSEN@MATH.AAU.DK
9220 AALBORG ØST — - — PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN