Repetition og perspektivering:

kl. 12:30 – 13:00 i Auditorium 3.
Beregning af inverse matricer.
Elementære matricer.

Forelæsningens 1. del:

kl. 13:05 – 13:40 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Vi forbereder det kommende miniprojekt ved at se på behandling af 3D-drejninger og translationer i grafik software. I første omgang ser vi på rotationer om de tre rumlige akser med en vinkel θ og finder deres 3×3-standardmatricer R_θ, P_θ og Q_θ i bogens notation (ch. 6.9, pp. 465 ff). Skal man dreje om en vertikal akse der går gennem vektoren $\mathbf{b} = [b_1, b_2, 0]$ i XY-planen (i stedet for Origo), så kan man beskrive denne drejning ved en rotation om Z-aksen og en translation:

$$\begin{aligned} R_\theta^{\mathbf{b}}(\mathbf{x}) &= R_\theta(\mathbf{x}-\mathbf{b})+\mathbf{b} \\ &= R_\theta(\mathbf{x})+(I-R_\theta)(\mathbf{b}) \end{aligned}$$

Kan man beskrive parallelforskydninger med matricer? I første omgang ser det sort ud: En parallelforskydning T med vektoren $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^3$ er ikke lineær undtagen for $\mathbf{a} = \mathbf{0}$. Men man kan hjælpe sig ved at gå over til en større dimension:

I stedet for 3D-vektorer $[x, y, z]^T$ ser vi på 4D-vektorer $[x, y, z, 1]^T$ med sidste koordinat **1**. Parallelforskydningen $T_\mathbf{a}$ med 3D-vektoren $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3] \in \mathbf{R}^3$ kan så beskrives ved matricen

$$A_\mathbf{a} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

idet $A_\mathbf{a}[x, y, z, 1]^T = [x + a_1, y + a_2, z + a_3, 1]^T$.

Litteratur:

(SIF) ch. 6.9, pp. 465 – 468.

Opgaveregning:

kl. 13:45 – 15:35 i grupperummene.

Opgaver:

SIF, 2.3, pp. 130 – 134 33 – 52, 53[1], 59.

SIF, 2.4, pp. 142 – 145 17, 35 – 54.

SIF, 6.9, pp. 478 – 480 1, 3, 5.

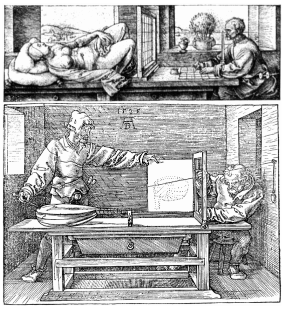
[1] Se p. 22/23

Fredrik Bajersvej 7G — 9940 8855 — raussen@math.aau.dk
9220 Aalborg Øst — - — people.aau.dk/~raussen

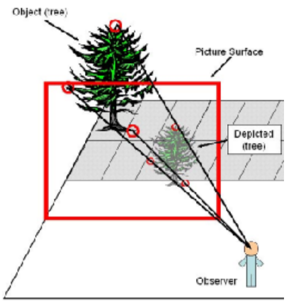
Forelæsningens 2. del:

kl. 15:40 – 16:15 i Auditorium 3.

Mål og indhold:



En perspektivprojektion (fra 3D til 2D) er ikke en lineær afbildning. Den er ikke defineret for alle rumlige vektorer, den overfører ikke parallele rette linjer i parallele rette linjer... Alligevel kan mange af vores erfaringer med lineære transformationer bruges.



I det simpleste tilfælde har vi følgende set-up: Øjepunktet placeres i Origo. Lærredet placeres i den lodrette plan givet ved ligningen $y = 1$ placeret lige foran øjet. Nu forbindes hvert objekt i den del af rummet foran betragteren ($y > 0$) gennem en ret linje med øjepunktet og man registrerer hvor denne linje skærer billedplanen. I formler er projektionen givet ved

$$\begin{aligned} C : \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3 \mid y > 0\} &\to \mathbf{R}^2 \\ C([x, y, z]) &= [\frac{x}{y}, \frac{z}{y}]. \end{aligned}$$

Egenskaber af denne projektion undersøges i det kommende miniprojekt.

Litteratur:

SIF ch. 6.9, pp. 468 – 469 giver en anden beskrivelse. Her lægges billedplanen (lige som i et rigtigt øje eller i en kamera) bag ved betragteren.

Netartikel Mathematics of Perspective Drawing

Næste gang:

Torsdag, 11.11., kl. 8:15 – 12:00.
Miniprojekt 3.

Fredrik Bajersvej 7G — 9940 8855 — raussen@math.aau.dk
9220 Aalborg Øst — - — people.aau.dk/~raussen