Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Ortogonale transformationer og stive flytninger i planen.
Konstruktion af fraktale figurer.

Forelæsningens 1. del

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

I Sierpinski trekanten og Barnsleys bregne har vi to eksempler på fraktale figurer, som er indviklede, selv-similære[1] – og de har en nem beskrivelse ved et itereret funktionssystem: Det betyder, at fraktalen kan frembringes rekursivt ved gentagne gange at bruge den samme operation på en udgangsfigur – teoretisk uendelig mange gange; praktisk indtil man ikke længere kan se forskel mellem to iterationsskridt.

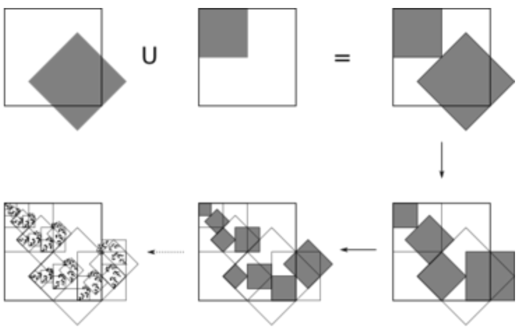
Ved mange fraktaler er de enkelte skridt givet ved affine afbildninger: En affin afbildning $A : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ kan beskrives som sammensætning af en lineær afbildning og en parallelforskydning: $A(\mathbf{x}) = B\mathbf{x} + \mathbf{b}$, hvor B er en $n \times n$-matrix og $\mathbf{b}$ en forskydningsvektor. Affine afbildninger er mere generelle end stive flytninger: A vil som regel ikke være en ortogonal matrix. Affine afbildninger som indgår i et itereret funktionssystem skal være kontraktioner: De skal opfylde: $\| B\mathbf{x} \| < \| \mathbf{x} \|$.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

SIF, 6.5, 421 – 423 17 – 26, 28 – 36, 50, 51, 61, 69[2]



Hutchinson fraktal Den fraktale figur til venstre fremkommer ved hjælp af de to affine afbildninger

$$A_1\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$A_2\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

med udgangspunkt i en kvadrat med sidelængde 2 og nedre venstre hjørne i Origo.
Diskuter de to transformationer (hvad gør de hver især?) og analyser hvad der sker under de første iterationsskridt.

[1] Ved passende skalering kan man ikke se forskel mellem hele objektet og en detalje
[2] Man kan bruge de to trigonometriske formler: $\cos(2\theta) = (\cos\theta)^2 - (\sin\theta)^2; \sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$.

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Geometrien bag affine afbildninger fra planen ind i sig selv kan nemmere forstås når man ved at de kan sammensættes af nogle få elementære operationer:

- skaleringer langs med de to akser (for at få størrelsesforholdene i orden)
- en forskydning (shear) langs med en af de to akser (for at opnå den rigtige vinkel)
- en drejning eller en spejling (for at bringe parallelogrammet i den rette position) og
- en parallelforskydning.

Det hjælper, når man vil beskrive en affin afbildning i Grasshoppper - for eksempel dem der indgår i Barnleys bregne.

Til sidst gennemgås nogle karakteriseringer af fraktale figurer - i plan, i rum og derudover.

Litteratur:

Wikipedia Iterated function system

Wikipedia Fractal

N. Sala Fractal Models in Architecture: A case of study

Nexus Network Journal ”Fractal Architecture”: Late Twentieth Century Connections Between Architecture and Fractal Geometry

Næste gang:

Mandag, 13.12., 12:30 – 16:15.
Miniprojekt 5.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN