

Lineære transformationer i A&D

3. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

8.9.2010

Ligningssystemer og matricer

Til et ligningssystem svarer der en **totalmatrix** $[A|\mathbf{b}]$ bestående af **koefficientmatrix** A og **højreside** \mathbf{b} .

Omvendt oversættes totalmatricen $[A|\mathbf{b}]$ til **matrixligningen**

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ med den ubekendte vektor } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \text{ – et lineært}$$

ligningssystem “på kort form”.

Elementære rækkeoperationer

på ligningssystemer og matricer

ledende koefficient i en række: det første element $\neq 0$!

Navn	Formål (i en søjle)
Række ombytning	ledende koefficient op, 0-taller ned!
Række addition	0-taller under/over ledende koefficient!
Række multiplikation	ledende koefficient 1!

To matricer kaldes **rækkeækvivalente** hvis man kan overføre den ene i den anden ved en eller flere elementære rækkeoperationer.

Hvorfor? To ligningssystemer svarende til rækkeækvivalente totalmatricer har **samme løsningsmængde**!

Hvad kan man opnå gennem systematisk anvendelse af rækkeoperationer?

Echelon-matricer

Matricer på trappeform

- En matrix på **echelonform** har
 - 1 alle 0-rækker **nederst**.
 - 2 De ledende koefficienter (først i rækken $\neq 0$) flytter **til højre** når man vandrer ned ad rækkerne.
(Konsekvens: I området **under og til venstre for** en ledende koefficient står der **kun 0-taller**).
- En matrix på **reduceret echelonform** opfylder desuden:
 - 1 Ledende koefficienter $= 1$ – kaldes **Pivoter**.
 - 2 Også **over** Pivoter står der kun 0-taller.

En matrix kan ved rækkeoperationer overføres til forskellige matricer på echelonform, men kun til **en** matrix på reduceret echelonform.

Fra ligningssystem til løsningsmængde

Trin for trin

- 1 Overfør ligningssystemet til (udvidet) matrix
- 2 Rækkereduktion \rightsquigarrow matrix på **echelonform**
 - 1 Er højresiden en Pivotsøjle (er der en ledende koefficient i **sidste** søjle)? Systemet er **inkonsistent. Stop!**
 - 2 Ellers er systemet **konsistent. Fortsæt!**
- 3 Rækkereduktion \rightsquigarrow matrix på **reduceret** echelonform
- 4 Overfør denne sidste matrix til et (ækvivalent) ligningssystem
- 5 Isolér **bundne** variable \rightsquigarrow parameterfremstilling med de **frie** variable som parametre