

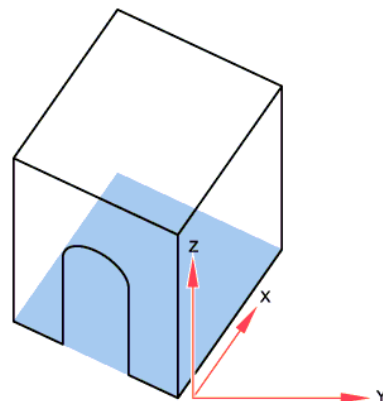
Den "militære projektion"^a fra rummet ind i planen er givet ved den lineære afbildning

$$F(x, y, z) = \begin{bmatrix} cx - sy \\ sx + cy + z \end{bmatrix},$$

hvor c, s er hhv. cosinus og sinus til en given vinkel θ .^b Matricerne A, P, S og R er givet ved

$$A = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



^aen speciel axonometri; se også

Axonometric projections - a technical overview og Axonometric projection fra Wikipedia

^bOfte, men ikke altid vælges $\theta = 45^\circ$.

1. Gør rede for at

(a) $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = F(x, y, z)$ og at

(b) $PSR = A$.¹

2. De tre enhedsvektorerne $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ sendes under den militære projektion på $A\mathbf{e}_1, A\mathbf{e}_2$ og $A\mathbf{e}_3$. Bestem disse tre planvektorer, som udspænder de tre koordinataksers billeder i 2D.

Bestem de tre vektorers længder og vinklerne imellem dem.

Kommentar?

3. Gør rede for, at den militære projektion overfører rette linjer i rette linjer²; og indbyrdes parallelle linjer i indbyrdes parallelle linjer.

(Vink: En ret linje l i rummet har parameterfremstilling $\mathbf{u} + t\mathbf{v}$; $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$. Bestem en parameterfremstilling for billedlinjen $F(l)$ i planen ved at regne på udtrykket

$$A(\mathbf{u} + t\mathbf{v}).$$

4. (a) Bestem billedet af en 3D-vektor $[x, y, z]^T$ under de tre matricer R, S, P ³ og gør rede for, at disse

matricer er standard matricer for tre lineære afbildninger:

R : en rotation om Z-aksen

S : en vridning (shear) og

P : en (dobbelretvinklet) projektion.

(b) Gør rede for at den militære projektion givet ved F kan beskrives som sammensætning af disse tre afbildninger – i hvilken rækkefølge?

Vink: Det er en simpel konsekvens af 1(b).

5. **Grasshopper/Rhino:** Konstruer en militær projektion ved hjælp af Grasshopper operationer (rotate3D, shear) og Rhino (projektion). Kontroller konstruktionen ved at finde matricerne (4×4 !) som beskriver de forskellige transformationer. Følg også hvad der sker under scale, move. Det bliver måske nemmere at se hvis man starter med en box eller en sphere som initial "geometry".

Se iøvrigt den nærmere vejledning.

¹Først produktet af to matricer, så ganges den tredje på!

²Strengt set er dette kun rigtigt for linjer som ikke er parallelle til vektoren $[-s, -c, 1]$.

³Beregn $P[x, y, z]^T, S[x, y, z]^T, P[x, y, z]^T$!

