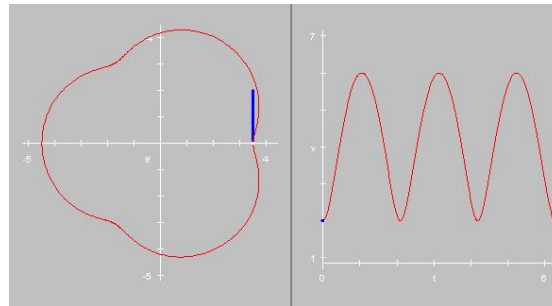


En **epitrochoidekurve** opstår når man lader et punkt i det indre af en lille cirkel rulle rundt på en stor cirkel, se illustrationen i Wikipedia. Afhængig af cirklernes radier og af punktets afstand fra lillecirkelens radius får man mange forskellige lukkede kurver. Forbrændingskammeret i en Wankelmotor er udformet som en sådan epitrochoide. I miniprojektet analyserer vi en specifik epitrochoide som er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP}_t = \left[ 4 \cos t - \frac{1}{2} \cos(4t), 4 \sin t - \frac{1}{2} \sin(4t) \right], 0 \leq t \leq 2\pi.$$



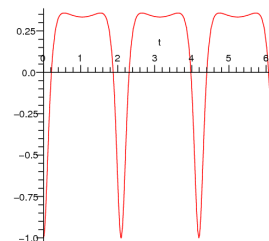
Epitrochoidekurve og farten langs med den (som funktion af tiden)

1. Forklar at parameterfremstillingen er sammensat af to cirkelbevægelser: en om Origo med radius 4; hvad med den anden?
2. Beregn farten i punktet  $P_t$  på kurven; resultatet kan skrives på formen  $v(t) = 2\sqrt{5 - 4\cos(3t)}$ .<sup>1</sup> Brug formlen for  $v(t)$  til at bestemme den største og mindste fart for bevægelsen langs med kurven; og også de punkter på kurven hvor farten er størst/mindst.<sup>2</sup>
3. Beregn krumningen i  $P_t$ ; resultatet kan skrives på formen

$$\kappa(t) = \frac{4 - 5 \cos(3t)}{(5 - 4 \cos(3t))^{\frac{3}{2}}}.$$

4. Krumningsfunktionen  $\kappa(t)$  er tegnet i figuren overfor: Den antager således både positive og negative værdier. Hvor på kurven er krumningen negativ? (Tegn eller beskriv de værdier  $t$  hvor dette er tilfældet!)

Over store intervaller er krumningen næsten konstant positiv. Hvordan fremgår det af epitrochoidekurvens form?



Man kan bruge det geometriske laboratorium – eller lignende – til forklaring.

5. Grasshopper/Rhino: Først skal man frembringe en stor cirkel (variabel radius  $r_1$ ) og så en lille cirkel (variabel radius  $r_2 = Rr_1$ ), som rører den store "udvendig". En epitrochoidekurven frembringes visuelt ved at afsætte et stort antal  $N$  af punkter på den. Afstanden  $d$  af det punkt på akse som roterer med den lille cirkel og som frembringer kurven skal også være variabel. Se illustrationen og vejledningen.

<sup>1</sup>Vink: Brug den trigonometriske formel  $\cos(u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$ .

<sup>2</sup>Vink: Hvor lille/stor kan leddet  $\cos(3t)$  blive?