Velkommen til kurset *Matematik og form*. Kurset behandler især geometriske aspekter ved den lineære algebra og senere matematiske teknikker til beskrivelse og analyse af krumme kurver. Sideløbende får I smagsprøver på hvordan matematikken anvendes i professionelle designværktøjer som *Rhino* og *Grasshopper*. Kurset holdes i samarbejde mellem Martin Raussen og Horia Cornean fra Institut for matematiske fag og Dario Parigi fra Institut for Byggeri og Anlæg.

Information om dette kursus, især alle lektionsplaner ("spisesedler") finder I (efterhånden) på Moodle og på kursets hjemmeside. Jeg vil gerne bede jer om at købe kursuslitteraturen i centerboghandelen snarest muligt – vi skal allerede første gang bruge lærebogen under opgaveregning:

Lærebøger

MF *Mathematics and Form*, Pearson Custom Publishing, ISBN 978 0 13 187141 0.
Bogen kan købes i boghandelen på Strandvejen. Pris for studerende: 371 DKK.

Mange drager nytte af et kortfattet kompendium med de vigtigste definitioner, resultater og formler, samt flere eksempler (på dansk!); kan også købes i boghandelen:

CB H.V. Christensen, B. Rosbjerg: Kompendium i lineær algebra - Definitioner, formler og eksempler.

Desuden bruger vi online kompendier (gratis!), især til introduktion i Rhino og Grasshopper:

P A. Payne, The Grasshopper Primer

I R. Isaa, Essential Mathematics for computational design, 2nd ed.

S P.J. Schneider, NURB Curves: A Guide for the Uninitiated

Litteraturen er fortrinsvis på engelsk. Oversættelser af mange gloser fra lærebogen til dansk på findes på denne terminologiliste.

Generelt om kursets indhold

Kurset består af 22 enheder i alt:

I 12 enheder står det matematiske indhold i forgrunden. Kurset begynder med en introduktion til vektorer og matricer og hvad man kan bruge dem til[1]. Teorien bygges systematisk op, og til sidst skal man bruge stort set alt hvad man har lært i mellemtiden. Begyndelsen vil synes simpelt for de fleste, men det gælder om at hænge på og at forstå begreber og metoder til bunds: de vil blive brugt hele semestret igennem!

Så bliver der 3 enheder hvor I bliver introduceret til en plug-in til designværktøjet Rhino ved navn Grasshopper. Det gør Rhinos matematiske baggrund synlig – og giver jer mulighed for at få aktivt styr på den.

I 2 enheder står træning af matematiske færdigheder ved traditionelle og lidt mere avancerede opgaver i foregrunden.

De sidste 5 enheder bruges til miniprojekter hvor matematiske emner behandles i konkret form og hvor I gerne må inddrage Rhino/Grasshopper i arbejdet. Disse miniprojekter skal afrapporteres individuelt ved upload til en server; de vil danne udgangspunkt for den mundtlige eksamen.

[1] Faktisk bruges de til meget mere end hvad kurset omhandler!

1. lektion

Køreplan:

Introduktions"prædiken"

kl. 12:30 – 13:00 i auditorium 7.

Forelæsningens 1. del:

kl. 13:05 – 13:40 i auditorium 7.

Forelæsningens 2. del:

kl. 13:45 – 14:20 i auditorium 7.

Opgaveregning:

kl. 14:25 – 16:15 i grupperummene.

Næste gang:

Tirsdag, 5. februar 2013, kl. 12:30 – 16:15. Linearkombinationer. Produkt mellem vektor og matrix. Løsningsmetoder for lineære ligningssystemer.
(MF), ch. 1.2 – 1.3.

Mål og indhold:

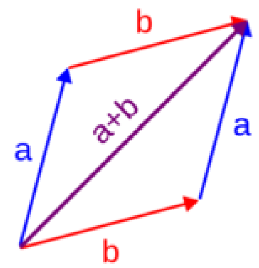
Introduktions"prædiken":

Jeg begynder med et "prædiken" som omhandler forslag vedr. vores samarbejde gennem de kommende to måneder.

Nyt stof:

Vektorer
Vektorer er det grundlæggende værktøj til beskrivelse af både punkter i plan og rum (og i højere dimensioner!), til beskrivelse af parallelforskydninger i geometrien; mere generelt kan de beskrive størrelser som er sammensat af flere parametre. For eksempel kan en farve beskrives ved en RGB vektor $[r\ g\ b]$ – red, green, blue.

I det mindste i dimension 2 og 3 har vektorer en geometrisk fortolkning, og det har addition af vektorer (parallelogram) og multiplikation med en skalar også.



De fleste geometriske aspekter ved vektorregning kender I allerede fra ungdomsuddannelserne: Vi introducerer længden[2] af en vektor og prikproduktet[3] mellem to vektorer – et reelt tal! En del regneregler for længde og prikprodukt og deres sammenhæng er sammenfattet i lærebogens Theorem 6.1.

Den vigtigste anvendelse tillader at aflæse om to vektorer er vinkelrette på hinanden: Det gør de netop når deres indbyrdes prikprodukt er lig med 0; og det hænger nøje sammen med Pythagoras sætning.

Prikproduktet har flere anvendelser:

- Ortogonalprojektion på en linje givet ved en vektor **v**: En anden vektor **u**

[2] eng. : length
[3] eng. : dot product

skrives på formen $\mathbf{u} = \mathbf{w} + \mathbf{z}$ med $\mathbf{w}$ parallel med og $\mathbf{z}$ vinkelret på $\mathbf{u}$.

- Cauchy-Schwarz uligheden – og vinkler mellem vektorer: Vinklen α mellem to vektorer $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ opfylder: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \| \mathbf{u} \| \| \mathbf{v} \| \cos(\alpha)$.[4] Cauchy-Schwarz uligheden sikrer at det giver mening; det skal jo være sådan at $-1 \leq \cos(\alpha) \leq 1$.

- Trekantsuligheden: Den oplagte sammenhang mellem længden af de tre sidelængder i en trekant udtrykt ved vektorer.

Endelig behandles krydsproduktet mellem to 3D-vektorer – med nogle af de vigtigste egenskaber.

Matricer: Og så kommer noget helt nyt: En matrix[5] er bare et rektangulært talskema; en $m \times n$-matrix har m rækker og n søjler – og man plejer at sætte kantede parenteser om sådan et talskema. Specielt vigtige matricer er vektorerne; de har kun én række (rækkevektor) eller kun én søjle (søjlevektor).

Matricernes koefficienter[6] har en addresse (i, j): i-te række, j-te søjle.

Der er en del regneoperationer for matricer: To matricer af samme størrelse kan lægges sammen koefficientvis, man kan gange en matrix med et reelt tal (eller skalar), og de sædvanlige regneregler (bogens Theorem 1.1) gælder også for disse operationer. Man kan transponere en matrix ved at forvandle horizontale rækker til vertikale søjler (eller omvendt!)

Litteratur:

MF Ch. 6.1, pp. 195 – 203.

MF Ch. 1.1, pp. 3 – 11.

Komp pp. 1 – 2, 6 –9.

Wikipedia Dot product

Wikipedia Cross product

Wikipedia Matrix

Webdemos:

Denne webside viser beregning af et prikprodukt.
Dette tutorial bidrager til en geometrisk forståelse af krydsproudktet mellem to vektorer.

Opgaveregning:

Der tilbydes assistance fra læreren samt fra Horia Cornean og Mikkel Brynildsen. Brug os, spørg os og diskuter med os!

I skal prøve at arbejde med så mange opgaver som muligt. Gå videre til andre opgavetyper, hvis I har fået nok af en bestemt art; spørg hinanden, lærer eller hjælpelærer hvis I ikke kan komme videre!

[4] Denne formel står ikke i bogen her, men den er kendt fra ungdomsuddannelserne: Cosinusrelationerne!

[5] OBS: Det hedder matrix, ikke matrice! En matrice kan man bl.a. møde hos tandlægen, men ikke i matematikken. Til gengæld er det helt ok at talen om matricen og om matricer.

[6] eng.: entries

Opgaver:

MF, Ch. 6.1, pp. 205 – 208 5, 13, 21, 29, 37, 43, 61 – 75, 77 – 80.[7].

MF, Ch. 1.1, pp. 11 – 13 1, 3, 5, 19, 21.

Facit til disse opgaver findes i bogen på pp. 239 ff.

[7] Disse "diskussions"opgaver afslører om I har styr på begreberne! Mange af dem vil kun tage få sekunder, enkelte er måske mere tankevækkende. Igen: Spørg os, når I er i tvivl!