

Køreplan:

Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 7.

Forelæsnings 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 7.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Forelæsnings 2. del:

kl. 11:25 – 12:00 i Auditorium 7.

Næste gang:

Torsdag, 25.4., 8:15 – 12:00.
NURBS.

Mål og indhold:

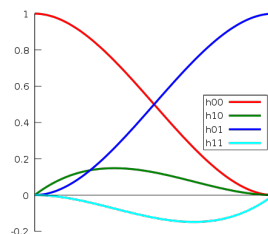
Repetition:

Buelængde. Acceleration.
Krumning for kurver.

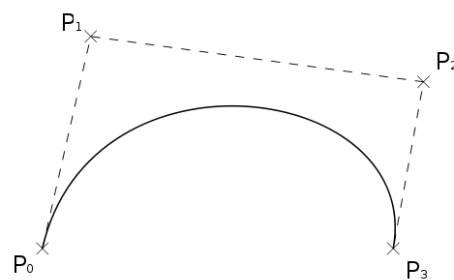
Nyt stof:

Hvordan husker og behandler et **tegneprogram** en kurve? Vi skal lære om brug af **styrepunkter**, som man bruger til at **interpolere**, hhv. **approximere** kurvestykker. Ofte stykker man dem sammen af parameterfremstillinger, hvis koordinater er 3. grads **polynomier**. Grundideen er velkendt fra skolen: find et polynomium givet værdier for polynomiet og dens afledede til bestemte (tids)punkter!

Vi behandler først kubiske parameterfremstillinger (som parametriserer **Hermite**-kurver) – vektorfunktioner; deres koordinater er givet ved 3. grads-polynomier. Kurverne fastlægges gennem endpunkternes koordinater og hastighedsvektorer i disse punkter – ved faste 3. grads polynomier.



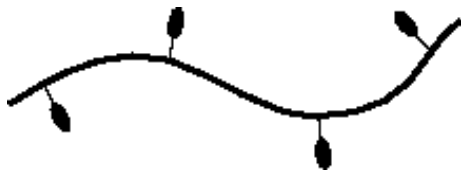
Designmæssigt mere fleksibelt er de såkaldte (kubiske) **Bézier**-kurver, hvor styrepunkterne bruges som “magneter” der styrer kurvens udseende. Bézier-kurver styres af de såkaldte **Bernstein** polynomier.



Hermite-kurver og Bézier-kurver giver det samme resultat; det repræsenteres på forskellige måder. Man kan nemt regne om fra den ene form til den anden – og interpretare resultatet på en tegning.

Bézierkurver kan konstrueres ved hjælp af de Casteljau’s algoritme, som leder i få trin fra kontrolpunkterne til kurven. Se appletten nedenfor.

Når man vil finde en rimelig glat kurve, der går igennem **et antal** punkter i plan eller rum, bruger man tit en **kubisk spline** som løsning. Den er sammensat af kubiske kurver mellem to på hinanden følgende punkter, og således, at krumningen bliver en **kontinuert** funktion. Navnet spline (trækstok?) kommer fra et tegneinstrument som blev brugt især i forbindelse med skibsgyggeri.



Kubiske splines har grad 3 – nemt at arbejde med for en computer – og har som følge kontinuerte accelerationsvektor og krumninger. Dette er tilstrækkelig for mange formål, men ikke når turbulensfænomener stiller større krav. I så fald skal

man op til grad 5.

En anden ulempe ved kubiske splines: Man har ingen **lokal kontrol**. En ændring af bare et styrepunkt laver om på hele kurvens forløb.

Litteratur:

Architectural Geometry Pottmann, Asperl, Hofer, Kilian, *Architectural Geometry*, Bentley Institute Press, 2007, 259 – 269.

Wikipedia Bézier curve

Wikipedia De Casteljau's algorithm

Wikipedia Splines

Slides Splines. NURBS

Grasshopper Essential Mathematics For Computational Design, pp. 22–23.

Opgaver:

Kurver og deres krumning Se på kurver og krumningsfunktioner på side 2. Hvilken krumningsfunktion svarer til hvilken kurve?

Kurvers krumning¹ MF, E& P, 11.6, pp. 295 – 297: 9^2 , 11, 33^3 .

Acceleration: tangential og normal 25⁴, 43⁵.

Hermitekurve Bestem en Hermitekurve $\mathbf{p}(t)$ med $\mathbf{p}(0) = [0, 0]$, $\mathbf{p}(1) = [1, 0]$, $\mathbf{p}'(0) = [3, 3]$, $\mathbf{p}'(1) = [3, -3]$ og tegn figuren:
A geometric laboratory.

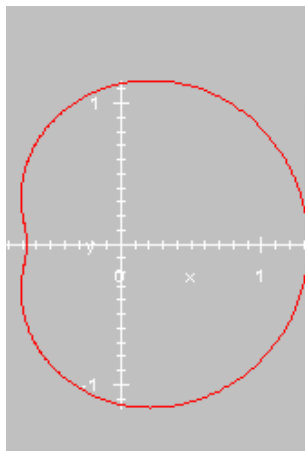
¹Facit: p. 384

²Find først en parameterfremstilling for kurven: $\mathbf{r}(t) = [x(t), y(t)] = [t, ?]$

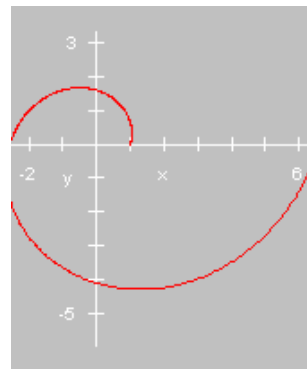
³Facit: $\kappa(t) = \frac{1}{2}$

⁴Facit: $a_T = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$; $a_N = \frac{t^2+2}{\sqrt{t^2+1}}$

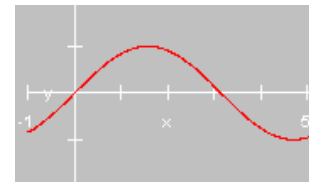
⁵Facit: $\mathbf{T}(0) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$, $\mathbf{N}(0) = (0, 0, -1)$



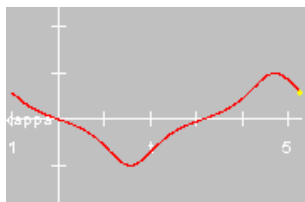
Figur 1: Kurve A



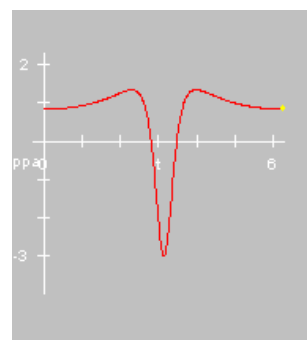
Figur 2: Kurve B



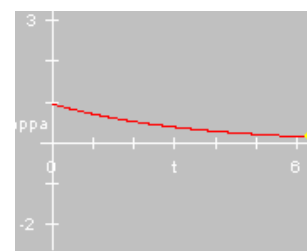
Figur 3: Kurve C



Figur 4: krumning 1



Figur 5: krumning 2



Figur 6: krumning 3