Køreplan:

Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 7.

Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 7.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12:00 i Auditorium 7.

Næste gang:

Beskrivelse og analyse af kurver i Rhino og Grasshopper (ved Dario Parigi).
Mandag, 29.4., kl. 8:15 – 12:00.

Mål og indhold:

Repetition:

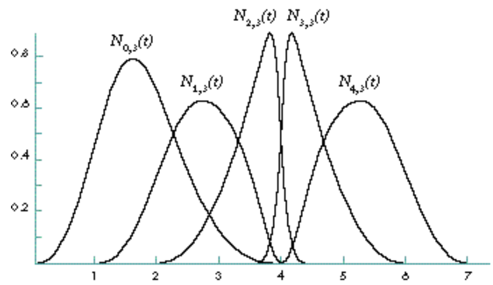
Kubiske parameterfremstillinger og splines af orden 3.

Nyt stof:

I dag bruger de fleste tegneprogrammer såkaldte NURBS (Non-uniform rational B-splines), som tillader en meget større grad af fleksibilitet i tegning af kurver. Desuden kan vigtige kurver som fx. ellipser beskrives som NURBS. Grundideen er at kurvens form styres og manipuleres af et antal kontrolpunkter. Men kurven vil som oftest kun gå igennem få af dem – de andre påvirker kurvens form. I første omgang forsøger man at sammensætte kurven af Bézierkurver af en given grad (oftest 2, 3 eller 5).

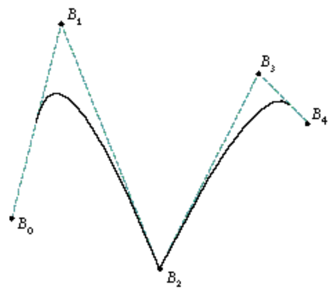
Der er mange parametre at holde styr på: kontrolpunkter (som kurven kan, men ikke skal gå igennem), grad (degree), knot vektor og vægt. Grundideen er, at styrken med hvilken et kontrolpunkt påvirker kurvens udseende reguleres af en basis funktion (eller influensfunktion, B-function). Denne funktion er på en del af definitionsintervallet givet som et polynomium af en given grad d; den er konstant 0 (uden indflydelse) på resten af intervallet; både før og efter. Knot-vektoren styrer, på hvilke dele af definitionsintervallet en basisfunktion har indflydelse. Graden af polynomierne afgør hvilken grad af kontinuitet kurven opnår ved overgang fra et kurvestykke til det næste.

Man får en første ide om variationsmuligheder ved at lege med nedenstående applet.

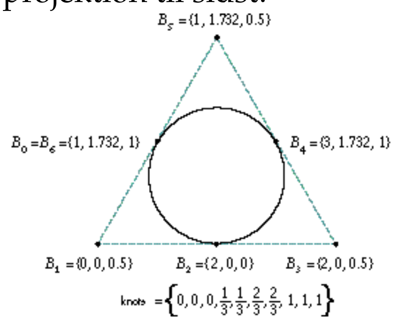


Hvis man ønsker at tegne kurver med knækpunkter[1], så skal notvektoren have en speciel struktur.

[1] eng. : kink



Det er ikke helt nemt at få teknikken onduleret sådan at man også kan tegne simple kurver, som cirkler, ellipser mv. Hertil skal man bruge forskellige vægte, og den teoretiske baggrund kræver, at man går en dimension op (fra 2D til 3D og fra 3D til 4D) – og at man bruger en perspektivprojektion til sidst!



Litteratur:

Architectural Geometry Pottmann, Asperl, Hofer, Kilian, *Architectural Geometry*, Bentley Institute Press, 2007, 269 – 279.

Wikipedia NURBS

Rhino NURBS og Rhino

YouTube Working with NURBS Curves

Unitiated NURB Curves for the Uninitiated

Slides slides

Applet:

- NURBS

Opgaver:

Kubisk spline Der ønskes beregnet en kubisk spline gennem fire punkter P_0, P_1, P_2, P_3.

1. Bestem den relevante 4×4-matrix A (slides) der bestemmer hastighedvektorene $\mathbf{v}_i$ i disse punkter ved ligningen
$$A \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} \overrightarrow{P_0P_1} \\ \overrightarrow{P_0P_2} \\ \overrightarrow{P_1P_3} \\ \overrightarrow{P_2P_3} \end{bmatrix}.$$

2. Find vektorene $\mathbf{v}_i$ for $P_0 : [0,0], P_1 : [3,0]$, $P_2 : [6,0], P_3 : [6,3]$. Ligningssystemerne kan løses på nettet[2]!

3. Gæt først splinens (trækstok gennem de fire punkter) udseende. Beregn så de 3 kubiske parameterfremstillinger (evt. mindst en af dem), som udgør den kubiske spline gennem punkterne. Tegn! Sammenlign med resultatet i Rhino. Afprøv

[2]Koefficientmatricen A er den samme i de 2(!) ligningssystemer svarende til de to koordinater. Den udvidede matrix er derfor en 4×6-matrix.

krumningsgrafen (`Curvature`, `CurvatureGraphOn`).

NURBS Åben illustrationen NURBS. Undersøg hvordan kurven ændrer sig når knotvektoren ændres. Prøv at fremstille kurver med knæk; og ved at flytte rundt på kontrolpunkter, at fremstille et "hjerte". Gør det samme i Rhino. Tilføj en krumningsgraf og kommenter.