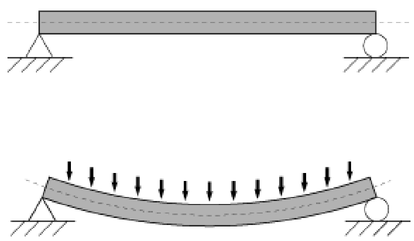

En horizontal elastisk bjælke er fastgjort i begge ender. Den belastes med – for nemhedens skyld kun – tre kræfter F_1, F_2, F_3 (målt i Newton (N) i ligeligt fordelte punkter x_1, x_2, x_3. Det fører til vertikale udbøjninger y_1, y_2, y_3 (målt i mm).

Først ser vi på en af kræfterne F_j ad gangen; de to andre sættes lig med 0. Hookes lov fortæller så at der er konstanter d_{ij} – målt i $\frac{mm}{N}$ – således at $y_i = d_{ij}F_j$. Med superpositionsprincippet fås de samlede udbøjninger for alle tre kræfter som

$$y_i = d_{i1}F_1 + d_{i2}F_2 + d_{i3}F_3.$$

Ved hjælp af fleksibilitets-matricen

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}$$

kan man beskrive sammenhængen mellem (udbøjnings-)vektoren $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ og (kræfte)-vektoren $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$ ved matrixligningen $\mathbf{y} = D\mathbf{F}$.

I dette miniprojekt bruger vi som eksempel fleksibilitets-matricen $D = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$.

1. Bestem udbøjningerne y_1, y_2, y_3, når kræfterne er givet ved
$F_1 = 30N, F_2 = 50N$ og $F_3 = 20N$.

2. Omvendt skal man bestemme ukendte kræfter som belaster en bjælke ud fra oplysninger om målte – eller ønskede – udbøjninger.
Gør rede for sammenhængen mellem kræfter og udbøjninger på formen $\mathbf{F} = D^{-1}\mathbf{y}$ – under antagelse at fleksibilitetsmatricen D er invertibel.
Vink: Løs ligningen $\mathbf{y} = D\mathbf{F}$ med hensyn til $\mathbf{F}$ ved hjælp af den inverse matrix D^{-1}.

3. Bestem stivheds-matricen D^{-1} for matricen D ovenfor. Giv en interpretation for $\mathbf{F} = D^{-1}\mathbf{e}_2$ – med $\mathbf{e}_2 = [0, 1, 0]^T$.
Hvorfor har **F** både positive og negative indgange?

4. Illustration i Rhino/Grasshopper: Tegn en horizontal linje (for bjælken) og udbøjningskurver igennem randpunkter og udbøjede punkter for variable (`slider`!) belastningsvektorer – illustreres som `Box` over (eller under!) de tre punkter – med udgangspunkt i fleksibilitetsmatricen D.
Faktisk skal man først implementere matrixmultiplikation i Grasshopper. Det kan bedst gøres ved at beregne *prikprodukter* `DProd` mellem matricens *række*vektorer og den vektor der ganges på. En interpolationskurve fås ved objektet `Curve->Spline->Interpolate`.
Se nærmere i denne vejledning.

Fredrik Bajersvej 7G
9220 Aalborg Øst

9940 8855
-

raussen@math.aau.dk
people.aau.dk/~raussen

I miniprojektet skal I demonstrere en række færdigheder. Her kommer en checkliste:

Matematik:

- Matrix-vektor-produkt
- Inverse matricer: betydning
- Løsning af matrixligninger ved hjælp af inverse matricer
- Beregning af invers matrix
- Mekanisk/statisk interpretation

Grasshopper:

- Matrixmultiplikation i Grasshopper (prikprodukter!)
- Interpolationskurver
- Et antal nye komponenter

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
-
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.AAU.DK/~RAUSSEN