

Velkommen til kurset *Matematik: Struktur og form*. Kurset behandler især geometriske aspekter ved den lineære algebra og senere matematiske teknikker til beskrivelse og analyse af krumme kurver. Sideløbende får I smagsprøver på hvordan matematikken anvendes i professionelle designværktøjer som *Rhino* og *Grasshopper*. Kurset holdes i samarbejde mellem Martin Raussen og Dario Parigi fra Institut for Byggeri og Anlæg.

Information om dette kursus, især alle lektionsplaner ("spisesedler") finder I (efterhånden) på Moodle og på kursets hjemmeside. Jeg vil gerne bede jer om at købe kursuspå materialet i centerboghandelen snarest muligt – vi skal allerede første gang bruge lærebogen under opgaverregning:

Lærebøger

MF *Mathematics and Form*, Pearson Custom Publishing, ISBN 978 1 78134 255 8.

Bogen kan købes i boghandelen på Strandvejen. Pris for studerende: 371.70 DKK.

Mange drager nytte af et kortfattet kompendium med de vigtigste definitioner, resultater og formler, samt flere eksempler (på dansk!); kan også købes i boghandelen:

CB H.V. Christensen, B. Rosbjerg: Kompendium i lineær algebra - Definitioner, formler og eksempler.

Desuden bruger vi online kompendier (gratis!), især til introduktion i *Rhino* og *Grasshopper*:

P A. Payne, *The Grasshopper Primer*

I R. Isaa, *Essential Mathematics for computational design*, 3rd ed.

S P.J. Schneider, *NURB Curves: A Guide for the Uninitiated*

Litteraturen er fortrinsvis på engelsk. Oversættelser af mange glosser fra lærebogen til dansk på findes på denne terminologiliste.

Supplerende materiale : Se på Matematik på første studieår med materiale til kurser i Lineær Algebra og Calculus for andre ingeniør-studiegange. Læg især mærke til de mange pencasts med supplerende online forklaringer.

Generelt om kursets indhold

Kurset består af 22 enheder i alt:

I 12 enheder står det matematiske indhold i forgrunden. Kurset begynder med en introduktion til vektorer og matricer og hvad man kan bruge dem til¹. Teorien bygges systematisk op, og til sidst skal man bruge stort set alt hvad man har lært i mellemtiden. Begyndelsen vil synes simpelt for de fleste, men det gælder om at hænge på og at forstå begreber og metoder til bunds: de vil blive brugt hele semestret igennem!

Så bliver der 3 enheder hvor I bliver introduceret til en plug-in til designværktøjet *Rhino* ved navn *Grasshopper*. Det gør Rhinos matematiske baggrund synlig – og giver jer mulighed for at få aktivt styr på den. I skal hurtigst muligt downloade begge programmer. Instruktioner: Se Moodle.

De sidste 7 enheder bruges til miniprojekter hvor matematiske emner behandles i konkret form og hvor I også skal inddrage *Rhino/Grasshopper* i arbejdet. Disse miniprojekter skal afrapporteres individuelt ved upload til en server; de vil danne udgangspunkt for **mundtlig eksamen** sidst i april.

¹Faktisk bruges de til meget mere end hvad kurset omhandler!

1. lektion

Køreplan:

Introduktions"prædiken"

kl. 8:15 – 8:45 i auditorium 4.

Forelæsnings 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i auditorium 4.

Forelæsnings 2. del:

kl. 9:30 – 10:05 i auditorium 4.

Opgaveregning:

kl. 10:15 – 12:00 i grupperummene.

Næste gang:

Mandag, 10. februar 2014, kl. 12:30 – 16:15.
Linearkombinationer. Produkt mellem vektor og matrix. Løsningsmetoder for lineære ligningssystemer.
(MF), ch. 1.2 – 1.3.

Mål og indhold:

Introduktions"prædiken":

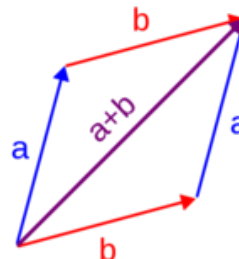
Jeg begynder med et "prædiken" som omhandler forslag vedr. vores samarbejde gennem de kommende to måneder.

Nyt stof:

Vektorer

Vektorer er det grundlæggende værktøj til beskrivelse af både punkter i plan og rum (og i højere dimensioner!), til beskrivelse af parallelforskydninger i geometrien; mere generelt kan de beskrive størrelser som er sammensat af flere parametre. For eksempel kan en farve beskrives ved en RGB vektor $[r \ g \ b]$ – red, green, blue.

I det mindste i dimension 2 og 3 har vektorer en geometrisk fortolkning, og det har addition af vektorer (parallelogram) og multiplikation med en skalar også.



De fleste geometriske aspekter ved vektorregning kender I allerede fra ungdomsuddannelserne: Vi introducerer længden² af en vektor og prikproduktet³ mellem to vektorer – et reelt tal! En del regneregler for længde og prikprodukt og deres sammenhæng er sammenfattet i lærebogens Theorem 6.1.

Den vigtigste anvendelse tillader at aflæse om to vektorer er vinkelrette på hinanden: Det gør de netop når deres indbyrdes prikprodukt er lig med 0; og det hænger nøje sammen med Pythagoras sætning.

Prikproduktet har flere anvendelser:

- **Ortogonalprojektion** på en linje givet ved en vektor \mathbf{v} : En anden vektor \mathbf{u}

²eng. : length, norm

³eng. : dot product

skrives på formen $\mathbf{u} = \mathbf{w} + \mathbf{z}$ med \mathbf{w} parallel med og \mathbf{z} vinkelret på \mathbf{u} .

- **Cauchy-Schwarz uligheden** – og **vinkler** mellem vektorer: Vinklen α mellem to vektorer \mathbf{u} og \mathbf{v} opfylder: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \cos(\alpha)$.⁴

Cauchy-Schwarz uligheden sikrer at det giver mening; det skal jo være sådan at $-1 \leq \cos(\alpha) \leq 1$.

- **Trekantsuligheden**: Den oplagte sammenhang mellem længden af de tre sidelængder i en trekant udtrykt ved vektorer.

Endelig behandles **krydsproduktet** mellem to 3D-vektorer – med nogle af de vigtigste egenskaber.

Matricer: Og så kommer noget helt nyt: En **matrix**⁵ er bare et rektangulært talskema; en $m \times n$ -matrix har m rækker og n søjler – og man plejer at sætte kantede parenteser om sådan et talskema. Specielt vigtige matricer er vektorerne; de har kun én række (rækkevektor) eller kun én søjle (søjlevektor).

Matricernes **koefficienter**⁶ har en adresse (i, j) : a_{ij} i i -te række, j -te søjle.

Der er en del regneoperationer for matricer: To matricer af samme størrelse kan lægges sammen koefficientvis, man kan

gange en matrix med et reelt tal (eller skalar), og de sædvanlige regneregler (bogens Theorem 1.1) gælder også for disse operationer. Man kan **transponere** en matrix ved at forvandle horizontale rækker til vertikale søjler (eller omvendt!)

Litteratur:

I kan på forhånd orientere jer om indholdet ved forelæsninger ved slides fra sidste års kursus (se slides på Moodle). Desuden:

MF Ch. 6.1, pp. 195 – 203.

MF Ch. 1.1, pp. 3 – 11.

Komp pp. 1 – 2, 6 – 9.

Wikipedia Dot product

Wikipedia Cross product

Wikipedia Matrix

Webdemos:

Denne webside viser beregning af et prikprodukt.

Dette tutorial bidrager til en geometrisk forståelse af krydsproduktet mellem to vektorer.

Opgaveregning:

Der tilbydes assistance fra læreren samt fra phd-studerende Jan-Otto Hooghoudt (på engelsk). Brug os, spørg os og diskuter

med os!

I skal prøve at arbejde med så mange opgaver som muligt. Gå videre til andre opgavetyper, hvis I har fået nok af en bestemt art; spørg hinanden, lærer eller hjælper!

⁴Denne formel står ikke i bogen her, men den er kendt fra ungdomsuddannelserne: Cosinusrelationerne!

⁵OBS: Det hedder matrix, **ikke matrice**! En matrice kan man bl.a. møde hos tandlægen, men ikke i matematikken. Til gengæld er det helt ok at talen om matricen og om matricer.

⁶eng.: entries

pelærer hvis I ikke kan komme videre!

Quiz 61 – 75, 77 – 80.⁸⁹

Opgaver:

MF, Ch. 1.1, pp. 11 – 13 Elementær ma-
trixregning: 1, 3, 5, 19, 21¹⁰.

MF, Ch. 6.1, pp. 205 – 208 Prikprodukt m.v.:
5, 13, 21, 29, 37⁷.

Facit til disse opgaver findes i bogen på
pp. 239 ff.

Ortogonalprojektion 43.

⁷Bestem også vinklen mellem de to vektorer

⁸Disse “diskussions”opgaver afslører om I har styr på begreberne! Mange af dem vil kun tage få se-
kunder, enkelte er måske mere tankevækkende. Igen: Spørg os, når I er i tvivl!

⁹norm: længde

¹⁰Kan man det?