Introduktion til E-opgave 2

kl. 8:15 – 8:30 i Auditorium 4.
Matematisk set handler E-opgave 2 mest om matrix præsentationen af spejlinger i en linie i planen, hhv. i en plam i rummet – og sammensætninger af sådanne. Værktøjet hertil skulle være på plads.

Gruppearbejde

kl. 8:35 – 10:00 i grupperummene.

E-opgave 2

kræver ikke ny litteratur. Standardmatricen for en lineær afbildning findes ved at se på billedvektorer af standard enhedsvektorerne, her $\mathbf{e}_1$ og $\mathbf{e}_2$. Hvad gælder for billedet af en hatvektor (tværvektor) under en spejling? Matrixmultiplikation og de trigonometriske formler i fodnoterne er nok til at klare delopgave 2.
I delopgave 4 bliver I kun bedt om at bestemme standardmatricen for den omtalte afbildning som produkt af tre kendte matricer (i den korrekte rækkefølge!). Det kan gøres på en linie; der er ingen pointe i at beregne matrixproduktet.

Introduktion til E-opgave 3

kl. 10:05 – 10:35 i Auditorium 4.
E-opgave 3 handler – for alvor – om perspektivtegning, hvor objekter i baggrunden tegnes mindre end objekter i forgrunden. For at få tegningen placeret ordentligt på papir eller skærm, skal man først gennemføre en kombination af en rumlig drejning og en parallelforskydning. Det medfører et problem, når man vil bruge værktøj fra "the Linear Algebra kit": En parallelforskydning er ikke lineær! (Hvorfor ikke?)

Men der er hjælp at hente i "the advanced Linear Algebra kit": Homogene koordinater! Ideen er, at man tilføjer en ekstra fjerde koordinat H og arbejder i hyperplanen $H = 1$. Så kan det lade sig gøre at udtrykke både de kendte lineære afbildninger og parallelforskydninger vha. matricer.

Men så når man også sine begrænsninger. En centralprojektion er ikke-lineær, men den overfører stadigvæk rette liniestykker i rette liniestykker. Vigtigt for konstruktioner er, at parallele linier (som ikke er parallele med billedplanen) konvergerer mod samme forsvindingspunkt. I perspektivtegninger begynder man ofte med at fastlægge forsvindingspunktet for horizontale linier som det allerførste!

Gruppearbejde

kl. 10:40 – 12:00 i grupperummene.

E-opgave 3

I denne opgave får vi brug for at bestemme standard matricen for en rumlig drejning, som overfører en given rumlig vektor i en vektor på y-aksen. Metoden er beskrevet i afsnittet *Perspective projections* i online-artiklen. Rent teknisk skal man bestemme cos og sin af to vinkler – plane tegninger og Pythagoras hjælper – og herefter beregne to drejningsmatricer (først om Z-aksen og så om X-aksen). Det hele skal, sammen med den translation, som flytter øjepunktet i Origo, indsættes i en 4×4-matrix, som beskriver den sammensatte afbildning i homogene koordinater.

De sidste tre delopgaver analyserer billeder af rette linier under en perspektivprojektion. Her tager vi os af den væsentlige ikke-lineære del, en centralprojektion med centrum i Origo.

I delopgave 2 beregnes først billedet $C(\mathbf{x}(t))$ af vektoren $\mathbf{x}(t)$ – indsæt $\mathbf{x}(t)$ i foreskriften for C! Herefter omformes formlen for $C(\mathbf{x}(t))$; man skal kunne sin brøkregning!

I delopgave 3 skal denne formel interpreteres således at det fremgår at vektoren $C(\mathbf{x}(t))$ peger på et punkt mellem sporpunkt og forsvindingspunkt.

I delopgave 4 skal I først bestemme forsvindingspunktets koordinater: hvad sker der når man går længere og længere ud på halvlinien l, dvs., når t går mod ∞? Formlerne viser umiddelbart hvad I kan læse om forsvindingspunkter sidst i afsnittet om perspektivprojektioner i notesættet: Billeder af linier (som ikke er parallele med billedplanen) har et forsvindingspunkt, og parallele linier har samme forsvindingspunkt.

Facit til E-opgaverne

findes her.

Litteratur:

- Notesættet
  Mathematics of Perspective Drawing
- Lay, ch. 2.7 om homogene koordinater og perspektivprojektioner
- E-opgave 2, E-opgave 3

Næste gang:

Mandag, den 12.4., kl. 8:15 – 12:00.
Underrum og deres dimension. Rangen af en matrix.
Lay, 2.8 – 2.9; pp. 183 – 195.