Rækkereduktion

- De tre typer rækkeoperationer
- Echelonmatricer, reducerede echelonmatricer
- Hvordan overføres matrix til (reduceret) echelonmatrix vha. rækkeoperationer?
- Ligningssystem og totalmatrix, konsistens
- Rækkeoperationer ændrer ikke løsningsmængde
- Konsistens $\Leftrightarrow$ ingen Pivot i sidste søjle (i echelonmatricen)

Stuktur af løsningsrum

- Inhomogen og homogen ligningssystem med løsningsmængder L_I, L_H.
- L_H er et underrum (lukket under addition og multiplikation med skalar)
- $x \in L_I, y \in L_H \Rightarrow x + y \in L_I$
- $y_1, y_2 \in L_I \Rightarrow y_1 - y_2 \in L_H$
- $y \in L_I$ "partikulær" løsning: $L_I = y + L_H$.

Lineær uafhængighed

- Definition lineær uafhængig
- Interpretation 1: Ingen vektor linearkombination af de andre.
- Interpretation 2: Alle vektorer i spændet har entydige koefficienter som linearkombination af vektorene.
- Dan matricen A med vektorer som søjlevektorer. Har $A\mathbf{c} = \mathbf{0}$ en ikke-triviel løsning?
- Rækkereducer matricen A til echelonform. Pivot i hver søjle?

Lineær afbildning, standardmatrix

- Definition lineær afbildning
- En lineær afbildning overfører linearkombinationer i linearkombinationer
- (Mod)eksempler
- Standardmatrix med billeder af standard enhedsvektorer som søjlevektorer
- Eksempel (drejning, spejling, skalering...)

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
-HTTP://PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN

Invertible matricer
- Definition $n \times n$-matrix A invertibel
- A invertibel $\Leftrightarrow$ $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig løsning $\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$ for alle $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$
- A invertibel $\Leftrightarrow$ As søjler er lineært uafhængige (alle søjler Pivotsøjler)
- A invertibel $\Leftrightarrow$ A rækkeækvivalent til enhedsmatrix I_n
- Rækkeoperationer overfører $[A|I]$ i $[I|A^{-1}]$ hvis A er invertibel.
- evt.: forklaring for dette vha. elementære matricer eller ved (2) ovenfor

Underrum
- Definition underrum
- Eksempler: spænd af delmængde, rette linier (hvilke danner underrum?)
- Nulrum for en $m \times n$-matrix er et underrum af ?
- Definition basis: udspænder underrum og er lineært uafhængig
- Interpretation: minimal udspændende delmængde (gerne eksempler!)
- Dimension = antal elementer for en basis (invariant!)
- Rangsætning og dimension af nulrummet ved hjælp af antal Pivotsøjler

Determinanter
- Definition determinant for 2×2-matrix og for $n \times n$-matrix
- Beregning ved rekursiv udvikling efter en række eller søjle
- (evt.) Rækkeoperationers effekt på determinanter og beregning af determinanter ved rækkeoperationer
- $\det AB = \det A \det B$
- A invertibel $\Leftrightarrow$ $\det A \neq 0$

Egenværdier og -vektorer
- Definition egenværdi/egenvektor for kvadratisk matrix A
- λ egenværdi for $A \Leftrightarrow A - \lambda I$ singulær $\Leftrightarrow \det(A - \lambda I) = 0$
- Det karakteristiske polynomium $\det(A - \lambda I)$: rødderne giver egenværdier
- Bestemmelse af egenvektorer: Løs $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ for en egenværdi λ.
- evt.: Eksempler

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
-HTTP://PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN