MAT2 – A&D 5. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

22.2.2010

Lineære afbildninger

En afbildning $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ fra definitionsmængden $\mathbf{R}^n$ ind i dispositionsmængden $\mathbf{R}^m$ "spiser" n-vektorer og "afleverer" m-vektorer.

En sådan afbildning kaldes lineær, hvis den opfylder

- $T(\mathbf{u}+\mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$ for alle $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$;
- $T(\mathbf{c}u) = cT(\mathbf{u})$ for alle $c \in \mathbf{R}, \mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$;

dvs., hvis T bevarer linearkombinationer.

En lineær afbildning opfylder altid: $T(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$.

En projektion fra rummet ind i planen er en afbildning fra $\mathbf{R}^3$ ind i $\mathbf{R}^2$. Nogle af dem (f.eks. en opstalt) er lineære.

Matriks gange vektor som lineær afbildning

- Givet en $(m \times n)$-matriks A. Så er afbildningen $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ givet ved $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ en lineær afbildning.
- Enhver lineær afbildning $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ kan på entydig vis beskrives som matriksafbildning $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ for en passende $(m \times n)$-matriks A.

Eksempler:

- Rotation (Drejning) i plan og rum
- Dilation (zoom, strækning), kontraktion i plan og rum
- Projektion fra rum til plan, fra plan til linie

Modeksempel:

- Translation (parallelforskydning)