

Emnet for miniprojektet er en geometrisk analyse af et køletårn i form af en omdrejningshyperboloide. Fladen T er givet vha. parameterfremstillingen

$$\begin{aligned} [x, y, z] &= \overrightarrow{OP_{uv}} = \bar{\mathbf{r}}(u, v) \\ &= [\cos v - u \sin v, \sin v + u \cos v, u] \\ &= [\cos v, \sin v, 0] + u[-\sin v, \cos v, 1], \quad u \in \mathbf{R}, v \in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$



1. Forklar at fladen T er retlinet, at den består af rette linjer som afsættes fra en cirkel i tårnets "talje".
2. Gør rede for at koordinaterne for et punkt $P : [x, y, z]$ på fladen opfylder ligningen $r^2 - z^2 = x^2 + y^2 - z^2 = 1$. Fladen opstår ved drejning af hyperblen med ligningen $x^2 - z^2 = 1$ om Z -aksen.
3. Beregn normalvektoren $\mathbf{n}(u, v) = (\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v)(u, v)$. Gør rede for, at normalvektoren \mathbf{n} i punktet $P : [x_0, y_0, z_0] \in T$ har koordinaterne $\mathbf{n} = [-x_0, -y_0, z_0]$. Bestem en ligning for fladens tangentplan i $P : [x_0, y_0, z_0]$.
4. Beregn koefficienterne E, F, G og e, f, g i fladens to fundamentalformer.
5. Beregn Gausskrumningen $K(u, v)$ og middelkrumningen $H(u, v)$ i punktet P_{uv} . Gør rede for at alle punkter på T er hyperbolske. Hvordan indser man dette geometrisk?
6. Modeller køletårnet i Rhino/Grasshopper. Gennemfør en grafisk analyse af Gauss- og middelkrumning på hyperboloiden i Rhino. Brug Grasshopper til at bestemme hovedkrumningerne i udvalgte punkter på fladen og til at afsætte tangentplaner og hovedretningerne i disse punkter.