Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 3.
Partielle afledede. Tangentplan.

Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

At optimere betyder at finde det sted hvor en funktion antager en størst eller mindst mulig værdi (og også denne værdi). Det er selvsagt vigtigt at kunne finde disse optimale steder inden for alle livets områder hvor der designes, herunder også i økonomien.

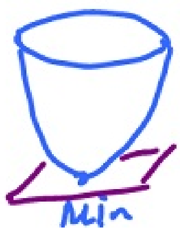
Hvis den funktion man ønsker at optimere er en funktion af flere variable på et afgrænset område i plan eller rum[1] med partilelle afledede i det indre af området, så følger man normalt følgende opskrift på vej til et optimum/ekstremum:

Først finder man de kritiske punkter for funktionen, dvs. de punkter (a,b) i det indre at definitionsmængden (alt undtagen randkurven), hvor alle partielle afledede forsvinder:

$$f_x(a,b) = f_y(a,b) = 0. \qquad (1)$$

Bemærk, at ligningerne minder om betingelsen $g'(x_0) = 0$ som sikrer en vandret tangentlinie til grafen for en funktion g af en variabel i punktet $(x_0, g(x_0))$. Tilsvarende sikrer betingelsen (1), at grafen til funktionen f har en vandret tangentplan i punktet $(a,b,f(a,b))$: Det er oplagt en nødvendig betingelse for et (lokalt) ekstremum i det indre af definitionsmængden.

For at beregne de kritiske punkter skal man løse ligningssystemet (1) i de to ubekendte a, b; det er nemt, hvis systemet er lineært, måske kompliceret ellers. Kritiske punkter er kandidater til ekstrema; i disse punkter vil funktionen for det meste enten antage et lokalt ekstremum eller også er punktet et sadelpunkt – minimal værdi i en retning, maksimal i en anden.



[1] Ellers kan funktionen gå mod $\pm\infty$ og så findes der intet maksimum/minimum

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

Funktion med givne partielle afledede E&P, 12.4, pp. 928 – 931: 41, 42.

Partielle afledede grafisk 45 – 50.[2]

Bestemmelse af kritiske punkter E&P, 12.5., pp. 940 – 942: 9, 11, 19.

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 3.

Mål og indhold:

Andre kandidater for ekstrema kan optræde på randen af definitionsmængden; på samme måde som en funktion af en variabel der antager maksimum og/eller minimum på randen af definitionsintervallet. Man bliver derfor nødt til særskilt at undersøge funktionen på randen af definitionsmængden, som forhåbentlig har formen af en pæn kurve.

Nu undersøges den oprindelige funktions restriktion til denne kurve. På kurven – samme tider skal man opdele den i flere dele – kan funktionen parametriseres som funktion af en variabel, og man finder (lokale) maksima/minima med "gymnasiemetoder" – husk at se på kritiske punkter og randpunkter.

Man ender med en (forhåbentlig endelig) liste af kandidater: de kritiske punkter i det indre og på randen af definitionsmængden. Nu beregnes funktionsværdier i alle disse punkter og sammenlignes. Den største af disse værdier er det absolute maksimum og den mindste det absolute minium.

Litteratur:

E& P Section 12.5, pp. 931 – 938.

Wikipedia Maxima and minima

Illustrationer på nettet:

- A Critical Points Applet

Næste gang:

Mandag, 21.3., kl. 8:15 – 12:00.
Lineær Approximation.
E& P, Sect. 12.6

[2] Opgaven står under opgave 44. Selve funktionen (45) svarer til figur 12.4.14.