Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 1.
Normalkrumninger, normalretninger.
Eulers ligning.

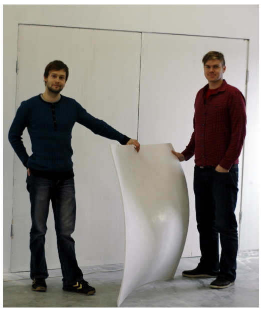
Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 1.

Mål og indhold:

Hovedkrumningerne k_1, k_2 beregnes som rødder i en kvadratisk ligning som indeholder den Gaussiske krumning K og middelkrumningen H som koefficienter. Gausskrumningens fortegn giver iøvrigt en grov inddeling af en flade i elliptiske, hyperbolske, parabolske og planpunkter.

På enkeltkrumme flader vil mindst en af hovedkrumningerne altid være 0 – og Gausskrumningen dermed også.
På dobbeltkrumme flader er begge hovedkrumninger forskellige fra 0 – i de fleste punkter i hvert fald.



Opgaveregning:

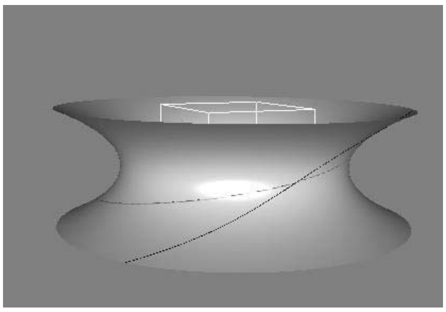
kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

En omdrejningskatenoideflade K er givet ved parameterfremstillingen

$$[X, Y, Z] = \overrightarrow{OP_{uv}} = [\frac{1}{2}(e^v + e^{-v})\cos u, \frac{1}{2}(e^v + e^{-v})\sin u, v],\ 0 \leq u \leq 2\pi, |v| \leq 1.$$

På figuren nedenfor vises et udsnit af fladen K.



1. Bestem koefficienterne i første og anden fundamentalform for fladen K i punktet P_{uv}.

   Gør rede for at $G(u,v) = E(u,v)$ og at $g(u,v) = -e(u,v)$.
   Facit: $E(u,v) = G(u,v) = \frac{e^{2v}+e^{-2v}+2}{4}; F(u,v) = 0;$
   $e(u,v) = -1, f(u,v) = 0, g(u,v) = 1.$

2. Gør rede for, at fladens Gausskrumningen i punktet P_{uv} er givet ved $K(u,v) = \frac{-16}{(e^v+e^{-v})^4}$, mens middelkrumningen $H(u,v) = 0$ i alle punkter (dvs. at K er en såkaldt mini-

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
-
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN

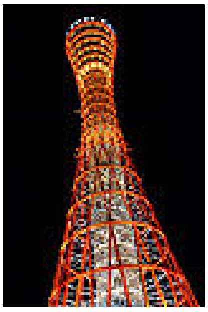
malflade).

3. Bestem hovedkrumningerne $k_1(u,v)$ og $k_2(u,v)$ i P_{uv}. Hvad bliver normalkrumningen $k_n(u,v)$ i en retning som har vinklen $\frac{\pi}{4}$ eller 45^0 med begge hovedretninger?
Facit: $k_i(u,v) = \pm\frac{4}{(e^v+e^{-v})^2}$.

4. Gør rede for at fladens snit med XY-planen er en cirkel med radius 1 om Origo. Beregn en normalvektor til fladen og en ligning for den affine tangentplan til fladen i punktet P_{u0} : $(\cos u, \sin u, 0)$ på denne cirkel. Ligger fladen på en eller på begge sider af denne tangentplan?
Facit: $\nu(u,v) = [\cos u, \sin u, 0]$.
Ligning: $\cos u \cdot x + \sin u \cdot y = 1$. Lodret plan!

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12 i Auditorium 1.



Mål og indhold:

De gennemgåede krumningsbegreber eksemplificeres ved hyppigt forekommende flader: omdrejningsflader[1] (kugle, cylinder, torus, vaser) og retlinede flader[2] (f.eks. en omdrejningshyperboloide!) Sidstnævnte klasse indeholder de udfoldelige flader[3]: sådanne enkeltkrumme flader opnås når man valser et plant emne.

Litteratur:

MR ch. III.5.1 - III.5.2.1, pp. 131 – 140, Thm. 3.59 (p. 144) og ch. III.6, pp. 146 – 156.

Wikipedia Surface of revolution

Wikipedia Ruled Surface

Wikipedia Developable surface

Rhino developable

Rhino Surfaces of Revolution

[1] eng.: surface of revolution
[2] eng.: ruled surface
[3] eng.: developable surface

Næste gang:

Torsdag, 12.5., 8:15 – 12:00.
Krumninger i Grasshopper/Rhino.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN